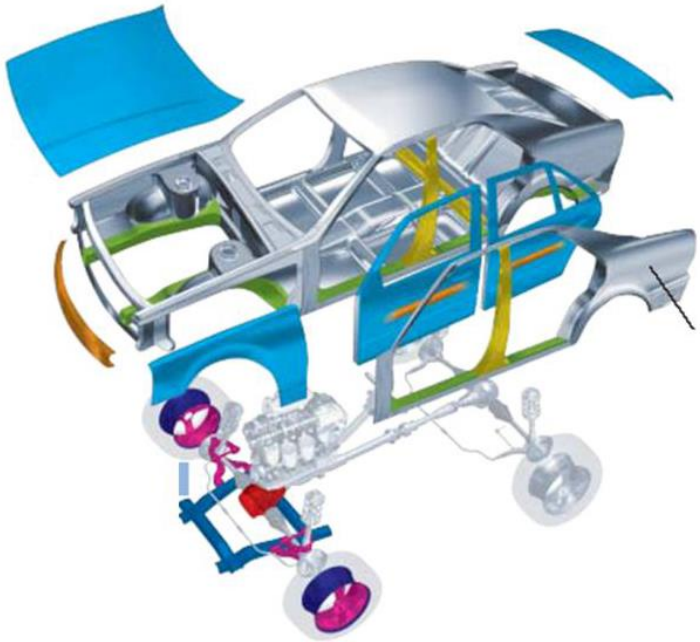
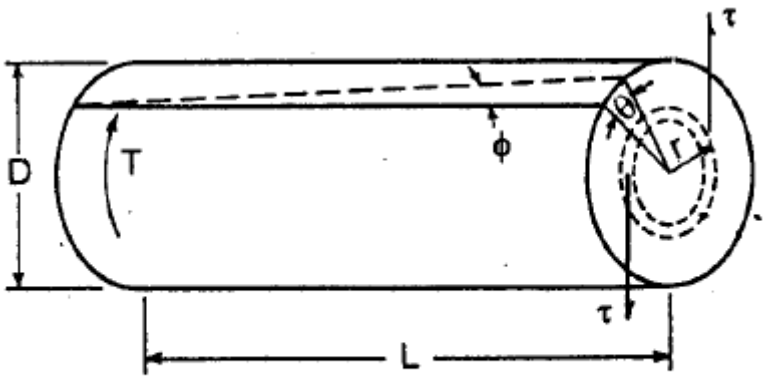
Metallere Plastik Şekil Verme



Burulma Deneyi



Şekil 1.38. Silindirik bir çubuğun burulması.

Kayma Modülü, kayma akma sınırı, kırılma modülü saptanır.

Yüksek sıcaklıkta burulma deneyi uygulanarak dövülebilme kabiliyeti hakkında fikir edinilir.

Sertlik Deneyleri

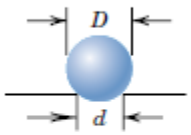
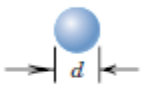
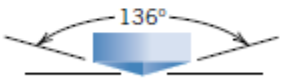
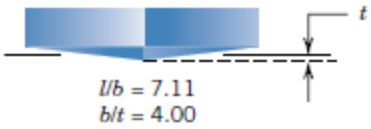
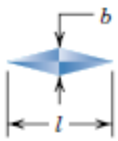
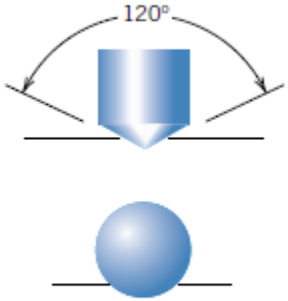
Sertlik,; batmaya karşı dirençtir. Malzemenin aşınma ve çekme dayanımı hakkında yaklaşık fikir verir.

Tam plastik bir malzemenin Brinell sertlik değeri ile akma sınırı arasındaki oranın yaklaşık 3 olduğu söylenebilir.

Çelikler için, çekme dayanımı (birimi MPa) ile 3000 kgf yükte ölçülen Brinell sertlik değeri arasındaki oran ise, yaklaşık 3,5 tir.

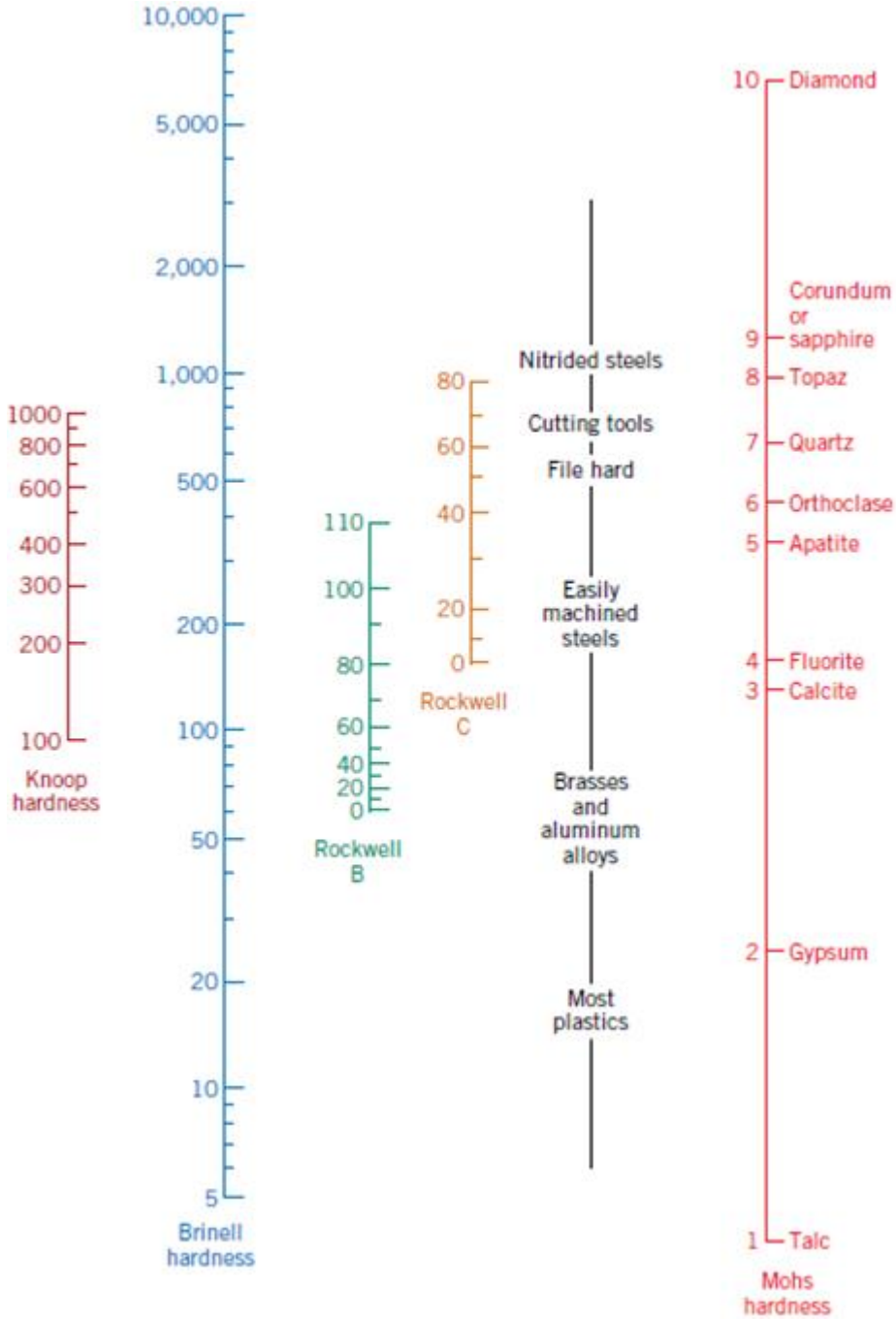
Sertlik Deneyleri

Table 6.5 Hardness-Testing Techniques

Test	Indenter	Shape of Indentation: Side View	Shape of Indentation: Top View	Load	Formula for Hardness Number[a]
Brinell	10-mm sphere of steel or tungsten carbide			P	$\mathrm{HB} = \dfrac{2P}{\pi D[D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$
Vickers microhardness	Diamond pyramid			P	$\mathrm{HV} = 1.854P/d_1^2$
Knoop microhardness	Diamond pyramid			P	$\mathrm{HK} = 14.2P/l^2$
Rockwell and Superficial Rockwell	Diamond cone; $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ in. diameter steel spheres			60 kg, 100 kg, 150 kg: Rockwell 15 kg, 30 kg, 45 kg: Superficial Rockwell	

[a] For the hardness formulas given, P (the applied load) is in kg, while D, d, d_1, and l are all in mm.

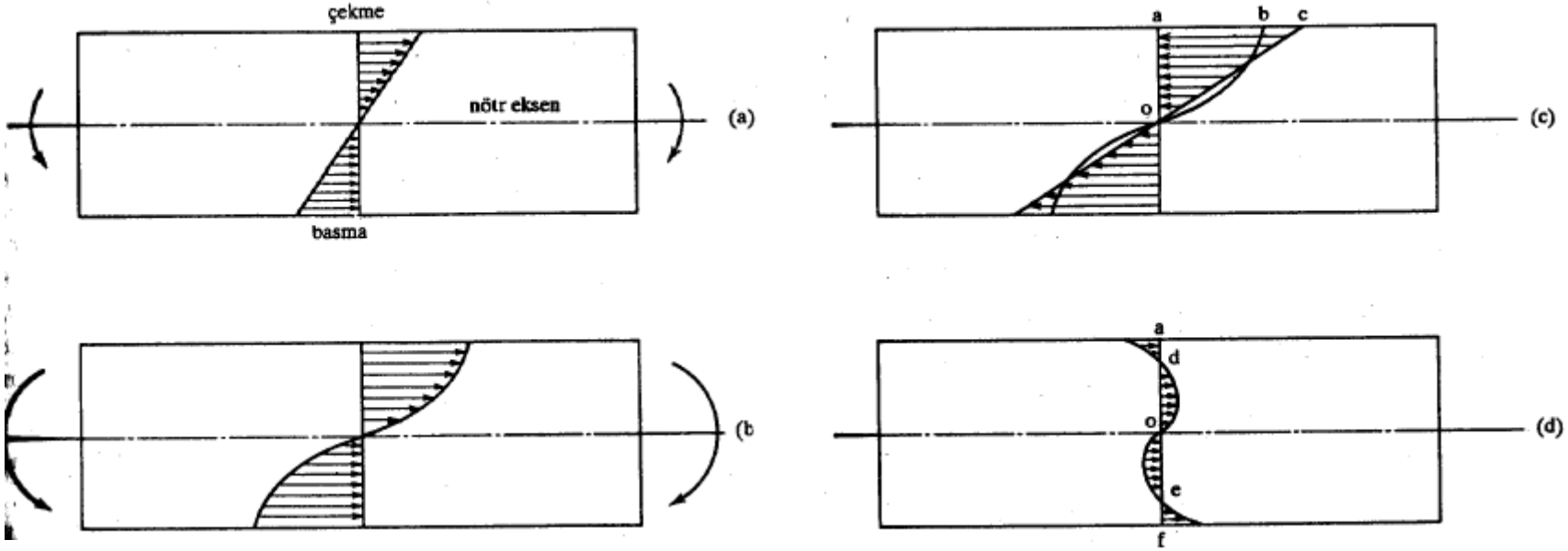
Source: Adapted from H. W. Hayden, W. G. Moffatt, and J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol. III, *Mechanical Behavior*. Copyright © 1965 by John Wiley & Sons, New York. Reprinted by permission of John Wiley & Sons, Inc.



Sertlik	Mineral	Formülü	Mutlak Sertlik	Resim	Çizme denemesi
1	Talk	$Mg_3Si_4O_{10}(OH)_2$	1		Tırnakla çizilenler
2	Jips	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	2		Çakı ve iğne ile çizilenler
3	Kalsit	$(CaCO_3)$	9		Çakı ve iğne ile çizilenler
4	Fluorit	CaF_2	21		Çakı ve iğne ile çizilenler
5	Apatit	$Ca_5(PO_4)_3(OH^-,Cl^-,F^-)$	48		Eğe ile çizilenler
6	Ortoklas	$KAlSi_3O_8$	72		Eğe ile çizilenler
7	Kuvars	SiO_2	100		Camı kuvvetle çizenler
8	Topaz	$Al_2SiO_4(OH^-,F^-)_2$	200		Camı kuvvetle çizenler
9	Yakut veya Safir	Al_2O_3	400		Camı kuvvetle çizenler
10	Elmas	C	1500		sadece çok güçlü lazerlerle çizilenler

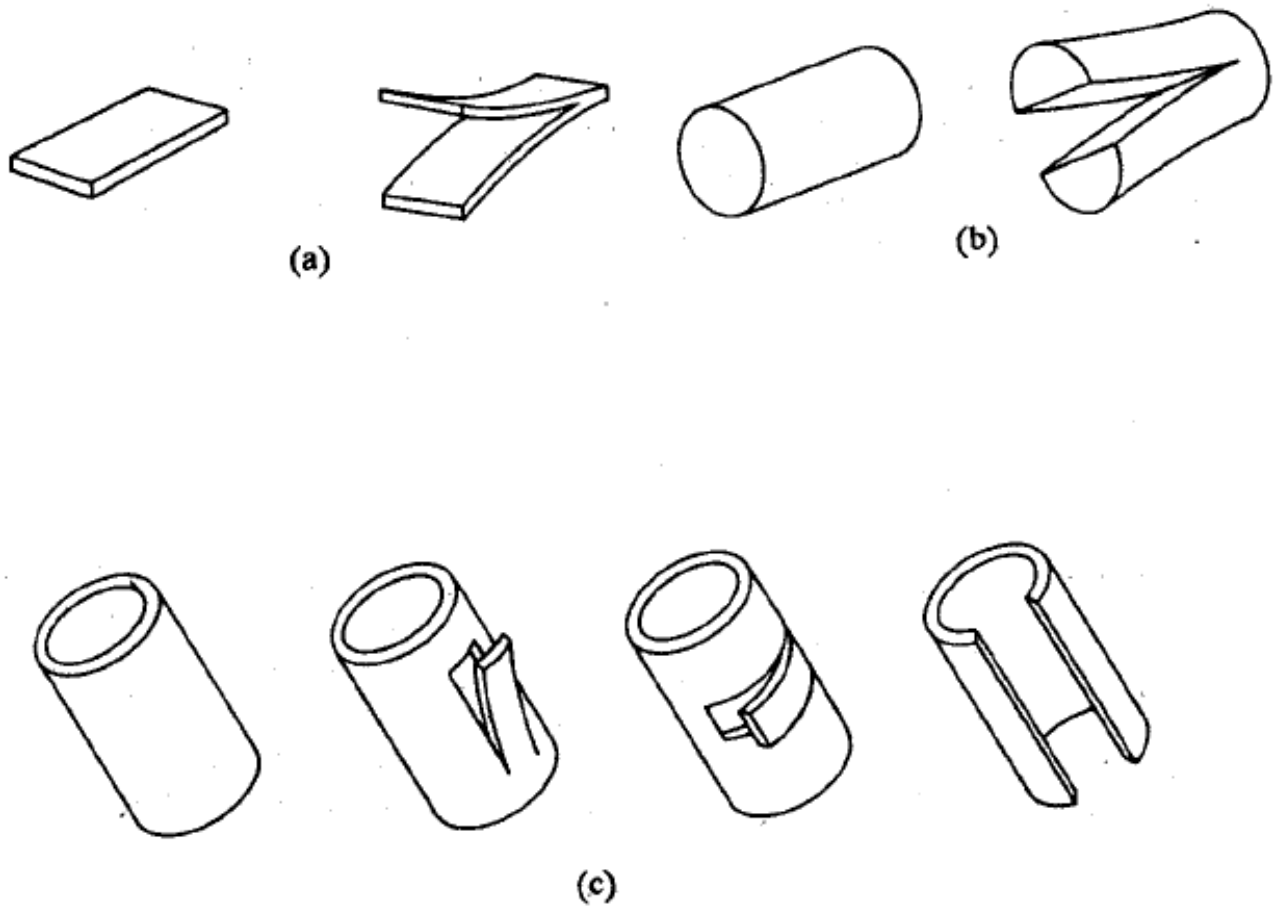
Kalıntı Gerilmeler

Plastik şekillendirmede uniform olmayan bir şekilde biçim değiştirmede, tüm dış kuvvetler kalktıktan sonra bile iş parçasının içinde var olmaya devam eden gerilmelere kalıntı gerilmeler denir.



Kalıntı Gerilmeler

Sıcaklık gradyanları ve faz değişimleri de kalıntı gerilmelere yol açar. Özellikle sıcak şekillendirme proseslerinde önemlidir.

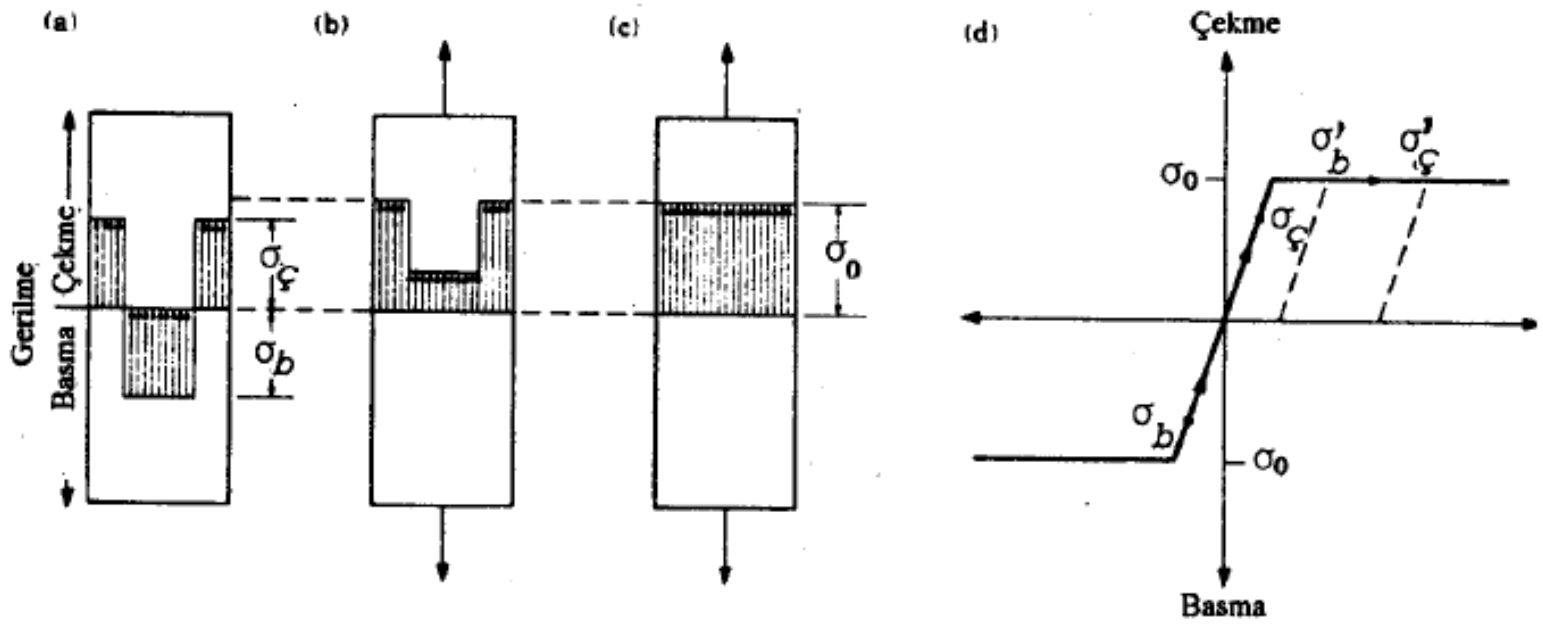


1.43. Kalıntı gerilmeler içeren parçaların talaş kaldırıldıktan sonra çarpılması. (a) Haddelenmiş levha. (b) Çekilmiş çubuk. (c) İnce cidarlı tüp.

Kalıntı Gerilmeler

Kalıntı gerilmeler gerilim giderme tavlaması ya da ek plastic şekil değişimi ile giderilebilir veya azaltılabilir.

Haddelenmiş bir levhada kenarda çekme ortada basma kalıntı gerilmesi oluşumu.

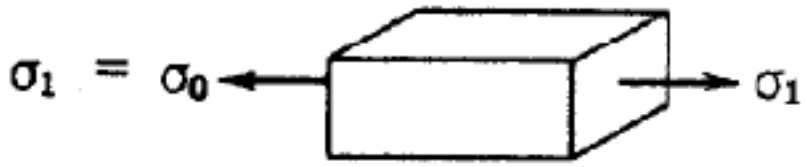


Şekil 1.44 Kalıntı gerilmelerin plastik şekil değiştirme ile azaltılması (elastik tam plastik malzeme).

Istenen şekil ve boyutların elde edilebilmesi için tavlama işleminden sonra çarpılma olabilme ihtimaline karşı parçada işleme payı bırakılmalıdır.

Akma Kriterleri

Plastik şekil değişiminin başlaması için gerekli olan gerilmeleri açıklayan bağıntılara akma kriteri denir.
Sünek malzemeler için kullanılan 2 akma kriteri vardır: maksimum kayma gerilmesi (Tresca) kriteri ve distorsiyon işi (von Mises).



Tek eksenli çekme gerilmesi etkisinde olan bir eleman.

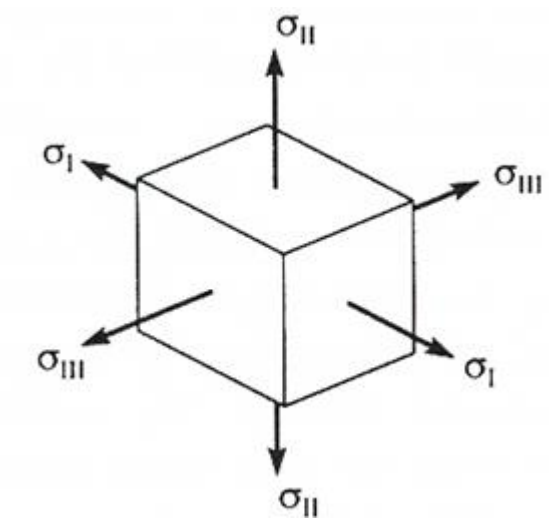
Maksimum kayma gerilmesi (Tresca) kriteri

Plastik şekil değişimine başladığı anda maksimum kayma gerilmesi kritik bir değer alır

$$\tau_{max} \geq k$$

Malzemenin basit çekme halindeki akma sınırı σ_Y ise $k = \frac{\sigma_0}{2}$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_Y}{2} \qquad \tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$



Asal gerilmeler $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ olmak üzere
Çekme gerilmeleri pozitif, basma gerilmeleri negatif

$$\boxed{\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_e = 2k}$$ ← ***Tresca Kriteri***

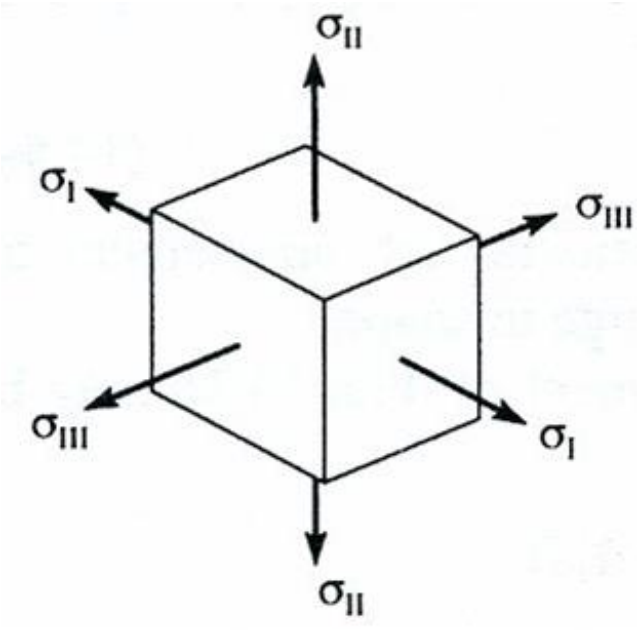
1. $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III} > 0$ $\qquad \sigma_I - \sigma_{III} = \sigma_Y$
2. $\sigma_I > \sigma_{II} > 0$ but $\sigma_{III} = 0$ $\qquad \sigma_I - 0 = \sigma_Y$ $\qquad \sigma_I = \sigma_Y$
3. $\sigma_I > 0,\ \sigma_{II} < 0$ and $\sigma_{III} = 0$ $\qquad \sigma_I - \sigma_{II} = \sigma_Y$

Distorsiyon işi (van Mises) kriteri

Bu kritere göre akmanın başlaması için asal gerilmelerle ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) malzemenin basit çekme halindeki akma sınırı (σ_0) arasında aşağıdaki bağıntının sağlanması gerekir:

$$\boxed{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2} \qquad (1.34)$$

Yukardaki denklemden de görülebileceği gibi, bu kriterde, Tresca kriterinden farklı olarak, σ_2 asal gerilmesinin de akmaya etki ettiği kabul edilmektedir.



1.15 Elastik Alanda Gerilme – Şekil Değiştirme Bağıntıları

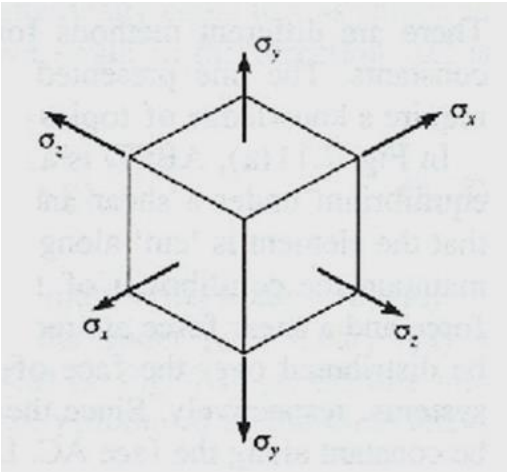
Elastik alanda gerilmelerle şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar Hooke kanunu olarak anılır. Bu bağıntılar, kolaylık sağlamak amacı ile, asal gerilmeler ve asal gerilme doğrultularında (asal doğrultular) oluşan asal birim şekil değiştirmeler (ε_1, ε_2, ε_3) cinsinden verilecektir:

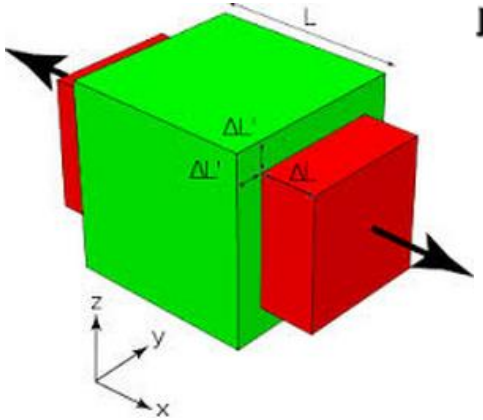
Stress	Strain in the x Direction	Strain in the y Direction	Strain in the z Direction
σ_x	$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E}$
σ_y	$\varepsilon_x = -\frac{\nu\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_y}{E}$
σ_z	$\varepsilon_x = -\frac{\nu\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)\right]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$





Bu denklemlerden, basit çekme hali için

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$

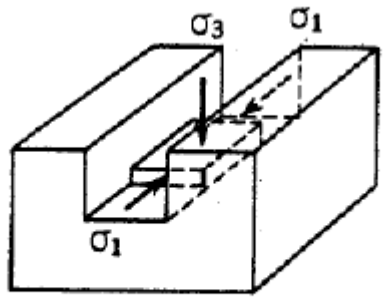
$$\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_3 = -\nu\varepsilon_1$$

elde edilir.

Düzlem şekil değişimi halinde Denklem (1.35) deki bağıntılardan biri sıfırdır. Örneğin Şekil 1.46 daki hal için

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)\right] \longrightarrow \varepsilon_2 = 0 \text{ olduğundan} \longrightarrow \sigma_2 = \nu\,(\sigma_1 + \sigma_3)$$



Şekil 1.46. Düzlem şekil değişimi (bu örnekte $\varepsilon_2 = 0$ dır).

Plastik şekil değiştirmede Poisson oranı v=0,5 dir. Dolayısıyla

$$\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

Distorsiyon işi kriteri (von Mises):

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2 \longrightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 = 1{,}15\,\sigma_0$$

1.19 Şekil Değiştirme İşi

Birim hacım şekil değiştirme işi u ile gösterilirse

$$u = \int \bar{\sigma} \cdot d\bar{\varepsilon} \qquad (1.45)$$

Bu iş efektif gerilme – efektif şekil değiştirme eğrisi altında kalan alana eşittir (birimi $\frac{kgf}{mm^2} \cdot \frac{mm}{mm}$).

Tek eksenli gerilme halinde birim hacım şekil değiştirme işi

$$u = \int \sigma \cdot d\varepsilon \qquad (1.46)$$

$\sigma = K\varepsilon^n$ ise

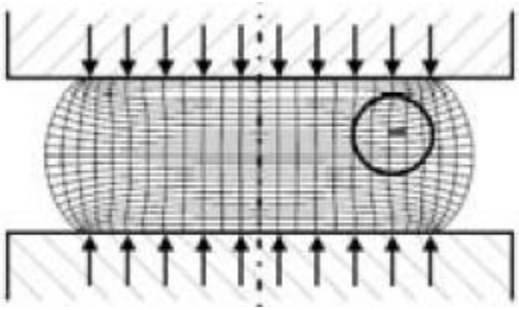
$$u = K \int \varepsilon^n \cdot d\varepsilon$$

$$u = \frac{K\varepsilon_1^{n+1}}{n+1}$$

Toplam şekil değiştirme işinin (W) bulunması için u iş parçasının hacmi ile çarpılır

$$W = u \cdot (\text{hacım})$$

Gerçek birim hacim şekil değiştirme işi u_g ile gösterilirse.

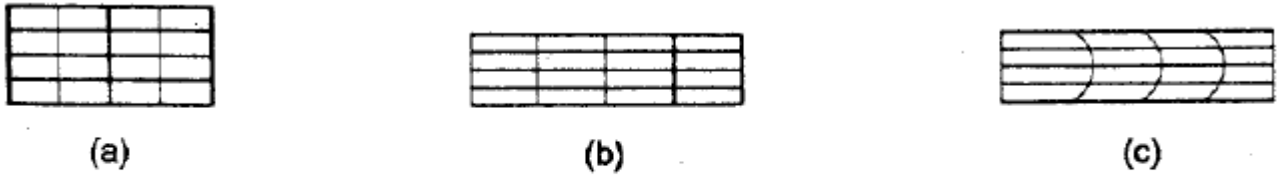


Dış şekil değiştirme

$$u_g = u + u_f + u_r$$

Sürtünme işi (takım-iş parçası arasındaki)

İç şekil değiştirme (distorsiyon işi)



Şekil 1.47. Üniform olan ve olmayan şekil değişimlerinin kıyaslanması. (a) Şekil değişiminden önce. (b) Üniform şekil değişimi. (c) Üniform olmayan şekil değişimi.

Gerçek birim hacim şekil değiştirme işi u_g

$$u_g = \frac{u}{\eta}$$

şekil değiştirme işinin verimi

Sürtünmesiz şekil verme işleminde iş parçası sıcaklığındaki artış

$$\Delta\theta = u_g / \rho\, c$$

özgül ısısıdır.

iş parçasının yoğunluğu,

EXAMPLE 5.1: Calculate the temperature rise in a high-strength steel that is adiabatically deformed to a strain of 1.0. Pertinent data are: $\rho = 7.87 \times 10^3$ kg/m^3, $\sigma_a =$ 800 MPa, $C = 0.46 \times 10^3$ J/kg°C.

$$\Delta T = \frac{\alpha \int \bar{\sigma}\, \mathrm{d}\bar{\varepsilon}}{\rho C} = \frac{\alpha \bar{\sigma}_a \bar{\varepsilon}}{\rho C}$$

SOLUTION: Substituting in equation 5.21 and taking $\alpha = 1$,

$$\Delta T = \frac{800 \times 10^6 \times 1.0}{7.87 \times 10^3 \times 0.46 \times 10^3} = 221°\mathrm{C}$$

1 – Bir çekme deneyi çubuğunun ölçü boyu $l_0 = 50$ mm ve çapı $D_0 = 4$ mm, deney sırasında ölçülen maksimum yük 10 kN, ölçü boyunun son uzunluğu $l_f = 80$ mm, büzülme bölgesinin en küçük çapı ise 3 mm dir. Çekme dayanımı, % kopma uzaması ve % kopma büzülmesi değerlerini hesaplayın.

Çözüm

$$\text{Çekme dayanımı} = \frac{P}{A_0} = \frac{10000}{\pi 4^2/4} = 796\,N/mm^2$$

$$\%\ \text{kopma uzaması} = \frac{80-50}{50}\cdot 100 = \%60$$

$$\%\ \text{kopma büzülmesi} = \frac{\pi 4^2/4 - \pi 3^2/4}{\pi 4^2/4}\cdot 100 = \%\ 43{,}8$$

2 – Mukavemet katsayısı K = 700 N/mm², pekleşme üsteli n = 0,5 olan bir malzemenin ($\sigma = K\varepsilon^n$) gerçek ve mühendislik çekme dayanımlarını hesaplayın.

Çözüm

Çekme kuvveti maksimum olduğu anda $\varepsilon = n = 0{,}5$ olduğuna göre gerçek çekme dayanımı

$$\sigma = 700\ (0{,}5)^{0{,}5} = 495\ \text{N/mm}^2$$

Deney çubuğunun maksimum yükteki kesiti A ile gösterilirse

$$\ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = n = 0{,}5$$

den

$$A = A_0\ e^{-0{,}5}$$

buradan da maksimum yük

$$P = \sigma A = \sigma A_0\ e^{-0{,}5}$$

ve çekme dayanımı

$$\frac{P}{A_0} = \sigma e^{-0{,}5} = 495 e^{-0{,}5} = 300 \text{N/mm}^2$$

bulunur.

12 – Çapı 6,35 mm olan bir çubuğa 8,96 kN değerinde bir çekme kuvveti uygulandığında çubuğun çapı 5,08 mm olmaktadır. Şekil değişimini üniform ve çubuk hacmının sabit kaldığını kabul ederek nominal gerilme, birim şekil değiştirme, gerçek gerilme ve gerçek şekil değiştirme değerlerini hesaplayın. Bu çubuğa 345 MPa değerinde gerçek çekme gerilmesi uygulandığında çapı 5,59 mm olduğuna göre nominal gerilme ve birim şekil değiştirme değerlerini bulun.

Çözüm

8,96 kN çekme kuvveti etkisinde çubuktaki nominal gerilme

$$\sigma_n = \frac{8960}{\pi(6,35)^2/4} = 283 \text{ MPa}$$

bulunur. Hacım sabitliği nedeniyle $l/l_0 = A_0/A$ olduğundan birim şekil değiştirme için $e = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{A_0}{A} - 1$ ifadesinden

$$e = \frac{(6,35)^2}{(5,08)^2} - 1 = 0,563$$

elde edilir. Gerçek gerilme ve gerçek şekil değiştirme değerleri ise

$$\sigma = \frac{8960}{\pi(5,08)^2/4} = 442 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \ln\frac{l}{l_0} = \ln\frac{A_0}{A} = \ln\left(\frac{6,35}{5,08}\right)^2 = 0,446$$

Not : $\ln(1 + e) = \ln(1 + 0{,}563) = 0{,}446$ olduğuna göre $\varepsilon = \ln(1 + e)$ ifadesi sağlanmaktadır.

Gerçek ve nominal çekme gerilmeleri arasında $\sigma = \sigma_n (1 + e)$ bağıntısı olduğundan, bu ifadede $e = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 - 1$ koyarak

$$\sigma_n = \sigma\left(\frac{d}{d_0}\right)^2 = 345\left(\frac{5{,}59}{6{,}35}\right)^2 = 267\,\text{MPa}$$

$$e = \left(\frac{6{,}35}{5{,}59}\right)^2 - 1 = 0{,}290$$

bulunur.

15 – Elastiklik modülü 207 GPa, Poisson oranı 0,3 olan metal bir parçaya σ_1 = 69 MPa, σ_2 = 34,5 MPa ve σ_3 – 48,3 MPa gerilmeleri etki etmektedir. Şekil değişimi elastiktir. 3 doğrultusundaki şekil değiştirmeyi hesaplayın.

Çözüm

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$

olduğundan E, ν ve gerilme değerleri yerlerine konduğunda

$$\varepsilon_3 = -\ 0{,}383.10^{-3}$$

18 – Plastik şekil değiştiren silindirik bir çubuğun kesiti % 40 azalmaktadır. $\sigma = 690\ \varepsilon^{0,2}$ (MPa) olduğuna göre soğuk plastik şekil değişimi sonunda malzemenin akma sınırı hangi değeri alır?

Çözüm

Dairesel kesitli çubuklarda $\varepsilon = 2\ln\frac{d_0}{d}$ olduğundan

$$\varepsilon = \ln\frac{1}{1-0,4} = 0,51$$

buradan da

$$\sigma = 690\ (0,51)^{0,2} = 603\ \text{MPa}$$

20 – Bir metalin basit çekme halindeki akma sınırı 175 MPa dır. Bu malzemeden üretilmiş olan bir parçaya $\sigma_1 = 70$ MPa ve $\sigma_2 = -35$ MPa asal gerilmeleri etki ettiği takdirde akmaya yol açacak üçüncü asal gerilmenin değeri nedir? (Von Misès kriterini kullanın).

Çözüm

Von Misès kriterinin Denklem 1.34 de verilmiş olan ifadesinde σ_1, σ_2, σ_o değerleri yerlerine konduğu takdirde

$$(70 + 35)^2 + (-35 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - 70^2) = 2\,(175)^2$$

buradan da

$$\sigma_3 = (35 \pm 299)/2$$

bulunur. Dolayısıyla parçaya çekme doğrultusunda $\sigma_3 = 167$ MPa veya basma doğrultusunda $\sigma_3 = -132$ MPa değerinde bir gerilme etki ettiği takdirde plastik şekil değişiminin başlayacağı anlaşılır.

21 – Boyutları $l_0 = 40$ mm, $b_0 = 25$ mm, $h_0 = 80$ mm olan dikdörtgen prizmatik bir parçaya yüksekliği doğrultusunda basma kuvveti uygulanmaktadır. Plastik şekil değişiminin başlayacağı basma kuvvetini, yüksekliğin h_1 = 20 mm olduğu andaki basma kuvvetini ve şekil değiştirme işini hesaplayın. (Sürtünme ihmal edilecek, malzeme için $\bar{\sigma} = 200 + 15\bar{\varepsilon}$ MPa alınacaktır).

Çözüm

$\bar{\sigma} = 200 + 15\bar{\varepsilon}$ ifadesinden basma gerilmesi 200 MPa değerine erişmeden şekil değişiminin başlamadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla şekil değişimini (şekil değişimi tamamen plastiktir) başlatan kuvvet

$$P_0 = 200\ b_0\ l_0 = 200.40.25 = 200000\ \text{N}$$

değerindedir.

Yüksekliğin 20 mm ye indiği anda uygulanması gereken basma kuvveti ise malzemenin o andaki efektif gerilmesi ile basma doğrultusuna dik kesit yüzeyi çarpılarak bulunur. Basit basmada $\bar{\varepsilon} = |\varepsilon_3|$ olduğuna göre yüksekliklik h_1 = 20 mm için $\bar{\varepsilon} = \ln(h_0 / h_1) = \ln 4 = 1{,}39$ ve dolayısıyla

$$\bar{\sigma} = 200 + 15 \cdot 1{,}39 \cong 221 \text{ MPa dır.}$$

Ayrıca hacım sabitliği nedeniyle $A_0\, h_0 = A_1\, h_1$ den

$A_1 = A_0 \dfrac{h_0}{h_1}$ olduğundan $h_1 = 20$ mm için basma kuvveti

$$P_1 = 221 \cdot \frac{40 \cdot 25 \cdot 80}{20} = 884000\text{N}$$

elde edilir.

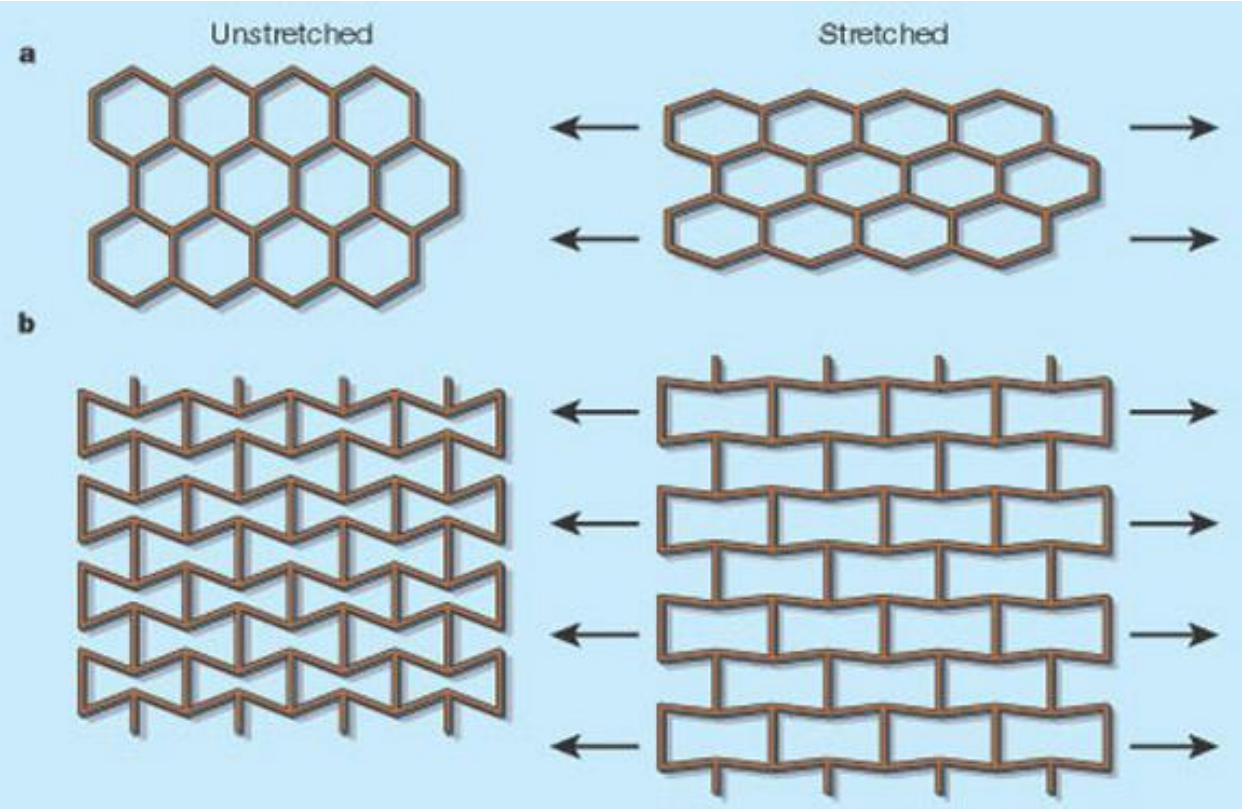
Birim hacım şekil değiştirme işi

$$u = \int_0^{\bar{\varepsilon}} \bar{\sigma}\, d\bar{\varepsilon} = \int_0^{1{,}39} (200 + 15\bar{\varepsilon})\, d\bar{\varepsilon} = 292{,}5 \quad \text{N mm / mm}^3$$

Toplam şekil değiştirme işi

$$W = u \cdot (\text{hacım}) = 292{,}5.40.25.80 = 23{,}4.10^6 \quad \text{N.mm}$$

Auxetic materials has negative poisson ratio



Plastik Alanda Gerilme-Şekil Değiştirme Bağıntıları

Rijit, tam plastik malzeme için elastik şekil değişimi ihmal edilerek Levy-von Mises denklemleri elde edilir.

$$d\varepsilon_1 = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) \right]$$

$$d\varepsilon_2 = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}\left(\sigma_3 + \sigma_1\right) \right] \qquad (1.37)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}\left(\sigma_1 + \sigma_2\right) \right]$$

Plastik Şekil Değişiminde Hacim Sabitliği

birim hacım değişimi

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

ΔV=O 'dan $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$