

BÖLÜM 6 – ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER**Doğrusal Momentum Denklemi****6-22**

Kabuller 1 akış daimi, sürtünmesiz, sıkıştırılamaz ve dönmesiz, böylece Bernoulli denklemi uygulanabilir. 2 Dirsek ve suyun ağırlığı ihmal edilebilir. 3 su atmosfere atılır ve çıkıştaki gösterge basıncı sıfır. 4 momentum akış düzeltme faktörü $\beta = 1.03$.

Suyun yoğunluğu, 1000 kg/m^3 .

- (a) dirsek control hacmi olarak alalım ve giriş 1 ve çıkışı 2 ile gösterelim. Ayrıca, yatay koordinatı x , akış yönü positive ve dikey koordinat z ile gösterilsin. Kütle korunumu, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = 30 \text{ kg/s}$. Burada, $\dot{m} = \rho AV$, ortalama giriş ve çıkış hızları,

$$V_1 = V_2 = V = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\dot{m}}{\rho(\pi D^2 / 4)} = \frac{25 \text{ kg/s}}{(1000 \text{ kg/m}^3)[\pi(0.1 \text{ m})^2 / 4]} = 3.18 \text{ m/s}$$

Burada $V_1 = V_2$ ve $P_2 = P_{\text{atm}}$, Akım çizgisi boyunca Bernoulli denklemi,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho g(z_2 - z_1) \rightarrow P_{1, \text{gage}} = \rho g(z_2 - z_1)$$

Yerlerine konursa,

$$P_{1, \text{gage}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.35 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 3.434 \text{ kN/m}^2 = 3.434 \text{ kPa} \cong \mathbf{3.43 \text{ kPa}}$$

- (b) tek-boyutlu daimi akış için momentum denklemi, $\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$. Dirseye etkiyen x ve z -bileşen kuvveller,

$$F_{Rx} + P_{1, \text{gage}} A_1 = 0 - \beta \dot{m} (+V_1) = -\beta \dot{m} V$$

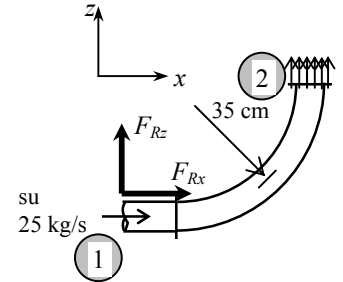
$$F_{Rz} = \beta \dot{m} (+V_2) = \beta \dot{m} V$$

F_{Rx} ve F_{Rz} , için çözüp yerlerine konursa,

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= -\beta \dot{m} V - P_{1, \text{gage}} A_1 \\ &= -1.03(25 \text{ kg/s})(3.18 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) - (3434 \text{ N/m}^2)[\pi(0.1 \text{ m})^2 / 4] \\ &= -109 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{Ry} = \beta \dot{m} V = 1.03(25 \text{ kg/s})(3.18 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 81.9 \text{ N}$$

$$\text{ve } F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-109)^2 + 81.9^2} = \mathbf{136 \text{ N}}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \tan^{-1} \frac{81.9}{-109} = -37^\circ = \mathbf{143^\circ}$$

**6-23**

6-23 deki dirseyin ucuna U-dönüşü yapacak başka bir dirsek ekleniyor. Bu durumdaki benzer çözüm:

Kütle korunumu:

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = 30 \text{ kg/s}$. Burada $\dot{m} = \rho AV$, suyun ortalama giriş ve çıkış hızları,

$$V_1 = V_2 = V = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\dot{m}}{\rho(\pi D^2 / 4)} = \frac{25 \text{ kg/s}}{(1000 \text{ kg/m}^3)[\pi(0.1 \text{ m})^2 / 4]} = 3.18 \text{ m/s}$$

Burada, $V_1 = V_2$ ve $P_2 = P_{\text{atm}}$, ve Bernoulli denklemi,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho g(z_2 - z_1) \rightarrow P_{1, \text{gage}} = \rho g(z_2 - z_1)$$

Yerlerine konursa,

$$P_{1, \text{gage}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.70 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 6.867 \text{ kN/m}^2 = 6.867 \text{ kPa} \cong \mathbf{6.87 \text{ kPa}}$$

(b) daimi 1-boyutlu akış için momentum denklemi, $\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$. x - ve z - kuvvet bileşenleri:

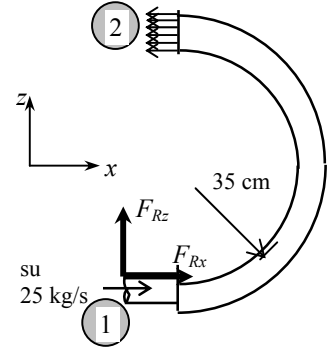
$$F_{Rx} + P_{1, \text{gage}} A_1 = \beta \dot{m} (-V_2) - \beta \dot{m} (+V_1) = -2\beta \dot{m} V$$

$$F_{Rz} = 0$$

F_{Rx} için çözüp yerlerine konursa,

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= -2\beta \dot{m} V - P_{1, \text{gage}} A_1 \\ &= -2 \times 1.03(25 \text{ kg/s})(3.18 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) - (6867 \text{ N/m}^2) [\pi(0.1 \text{ m})^2 / 4] \\ &= -218 \text{ N} \end{aligned}$$

ve $F_R = F_{Rx} = -218 \text{ N}$ çünkü kuvvetin y -bileşeni sıfır. Bu yüzden, kuvvet 218 N büyüklüğe sahip ve negative x -yönünde etkir.



6-27

Kabuller 1 akış daimi ve sıkıştırılmaz. 2 su arka yüze tüm yönlerden çarpar. 3 Su jeti atmosphere açık, ve böylece su jeti atmosferik basınçta ve bu yüzden ihmal edilir çünkü tüm yönlerden etkir. 4 hareket esnasındaki sürtünme ihmal edilir. 5 aracın ivmesi yoktur. 6 su jeti ve aracın hareketi yataydır. 7 jet akışı yaklaşık uniform ve bu yüzden momentum akışını düzeltme faktörü, $\beta \cong 1$.

Aracı control hacmi olarak, ve akışın yönünü x -positive olarak alırız.

Araç ve jet arasındaki bağıl hız;

$$V_r = V_{\text{jet}} - V_{\text{cart}} = 15 - 10 = 10 \text{ m/s}$$

Bu yüzden, aracı durgun ve jet 10 m/s hızla hareket ediyor. Su lüleyü 15 m/s hızla terk ediyor ve ilgili relative kütle debisi 25 kg/s, araca çarpan suyun kütle debisi,

$$\dot{m}_r = \frac{V_r}{V_{\text{jet}}} \dot{m}_{\text{jet}} = \frac{10 \text{ m/s}}{15 \text{ m/s}} (25 \text{ kg/s}) = 16.67 \text{ kg/s}$$

x -yönünde tek-boyutlu daimi akış için momentum denklemi;

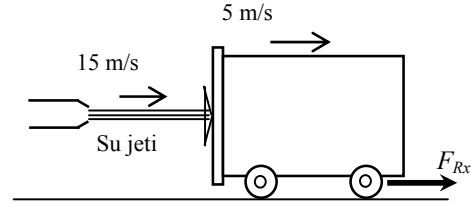
$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V} \quad \rightarrow \quad F_{Rx} = -\dot{m}_r V_i \quad \rightarrow \quad F_{\text{brake}} = -\dot{m}_r V_r$$

Burada fren kuvveti akışın ters yönünde etkir, ve kuvvet ve hızlar için negative işareti unutmamalıyız. Verilen değerleri yerlerine koyarsak;

$$F_{\text{brake}} = -\dot{m}_r V_r = -(16.67 \text{ kg/s})(+10 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = -166.7 \text{ N} \cong \mathbf{-167 \text{ N}}$$

Negative işaret fren kuvvetinin harekete ters yönde etkiğini gösterir, tahmin edildiği gibi. Frenler tarafından harcana güç;

$$\dot{W} = F_{\text{brake}} V_{\text{cart}} = (166.7 \text{ N})(5 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{833 \text{ W}}$$

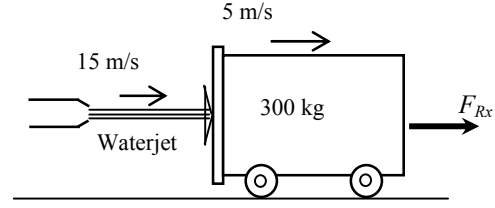


6-28

6-27 sorusunda, frenlerin arızalı olması durumunda, aracın ivmelenmesi;

Önceki problemdeki fren kuvveti 167 N dur. Eğer fren arızalanırsa, bu kuvvet aracı ileri itecektir. Bu durumda, ivme ;

$$a = \frac{F}{m_{\text{cart}}} = \frac{167 \text{ N}}{300 \text{ kg}} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) = \mathbf{0.556 \text{ m/s}^2}$$



6-33

Kabuller 1 rüzgar akışı daimi ve sıkıştırılmaz. 2 rüzgar türbününün verimi rüzgar hızından bağımsız. 3 sürtünme kuvvetleri ihmal edilir ve böylece gelen kinetic enerjinin hiçbiri termal enerjiye dönüşmüyor. 4 rüzgar akışı uniform, ve böylece momentum akışı düzeltme faktörü, $\beta \cong 1$.

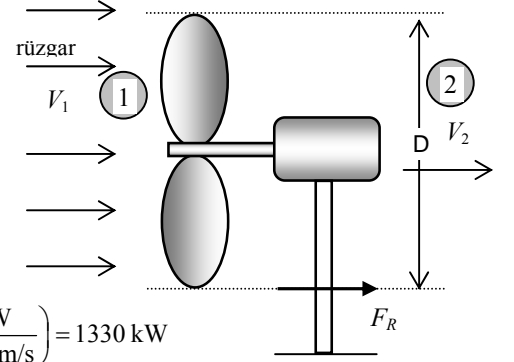
havanın yoğunluğu, 1.25 kg/m^3 .

(a) rüzgarın güç potansiyeli kinetic enerjisindedir, buda $V^2/2$ birim kütle için, ve $\dot{m}V^2/2$ verilen kütle debisi için:

$$V_1 = (25 \text{ km/h}) \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right) = 6.94 \text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_1 V_1 \frac{\pi D^2}{4} = (1.25 \text{ kg/m}^3)(6.94 \text{ m/s}) \frac{\pi (90 \text{ m})^2}{4} = 55,200 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{\text{max}} = \dot{m} k e_1 = \dot{m} \frac{V_1^2}{2} = (55,200 \text{ kg/s}) \frac{(6.94 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = 1330 \text{ kW}$$



Bu durumda gerçek üretilen güç;

$$\dot{W}_{\text{act}} = \eta_{\text{wind turbine}} \dot{W}_{\text{max}} = (0.32)(1330 \text{ kW}) = \mathbf{426 \text{ kW}}$$

(b) sürtünme kuvvetleri ihmal, ve bu yüzden elektrik güce dönüşmeyen kinetic enerji rüzgar türbünü ter eder. Bu yüzden,

$$\dot{m} k e_2 = \dot{m} k e_1 (1 - \eta_{\text{wind turbine}}) \rightarrow \dot{m} \frac{V_2^2}{2} = \dot{m} \frac{V_1^2}{2} (1 - \eta_{\text{wind turbine}})$$

yada

$$V_2 = V_1 \sqrt{1 - \eta_{\text{wind turbine}}} = (6.94 \text{ m/s}) \sqrt{1 - 0.32} = 5.72 \text{ m/s}$$

Rüzgar türbünü etrafındaki kontrol hacmini öyle seçerizki, rüzgar girişi ve çıkışı normal, ve tüm control yüzeyi atmosphere açıktır. Daimi tek boyutlu akış için momentum denklemi,

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$$

x-yönünde yazarsak, ve turbinden geçen akış hızı rüzgar hızına eşit kabul edilirse,

$$F_R = \dot{m} V_2 - \dot{m} V_1 = \dot{m} (V_2 - V_1) = (55,200 \text{ kg/s})(5.72 - 6.94 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{-67.3 \text{ kN}}$$

Negative işaret tepki kuvvetinin negative yönde etkidiğini gösterir.

6-40

Kabuller 1 havanın akışı daimi ve sıkıştırılmaz. 2 hava kanatları uniform bir hızda ve atmosferik basıçta bırakır. 3 hava kanatlara kanatlara yukardan ihmal edilir hız ve atmosferik basınçtaki geniş bir alana yaklaşır. 4 sürtünme kuvvetleri ihmal edilir, ve böylece bütün mekanik güç girişi kinetic enerjiye dönüşür. 5 yükseklikle değişen hava basıncı ihmal edilir çünkü havanın yoğunluğu düşüktür. 6 helikopterin ivmesi yoktur, ve böylece taşıma kuvveti toplam ağırlığa eşittir. 7 hava akışı yaklaşık uniform ve böylece momentum akışı düzeltme faktörü, $\beta \cong 1$.

Havanın yoğunluğu, 1.18 kg/m^3 .

(a) control hacmini yukardan geniş bir alana giren havayla fanin kenarlarından sınırlanmış dikey bir hiperbolik silindir, z eksenini yukarı doğru positive;

tek-boyutlu daimi akış için momentum denklemi, $\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$. Burada control hacmine etkiyen kuvvet

sadece, toplam ağırlık W ve bu negative z- yönünde etkir, z-ekseni yönünde momentum denklemi,

$$-W = \dot{m}(-V_2) - 0 \quad \rightarrow \quad W = \dot{m}V_2 = (\rho AV_2)V_2 = \rho AV_2^2 \quad \rightarrow \quad V_2 = \sqrt{\frac{W}{\rho A}}$$

burada A kanat uzunluk alanı,

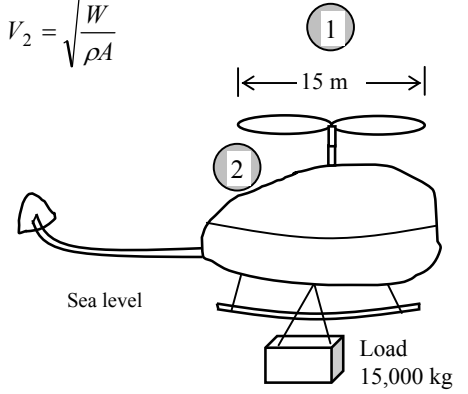
$$A = \pi D^2 / 4 = \pi (15 \text{ m})^2 / 4 = 176.7 \text{ m}^2$$

Bu halde çıkış hızı, hakim debisi, ve havanın kütle debisi; yüklenmemiş moda;

$$V_{2,\text{unloaded}} = \sqrt{\frac{m_{\text{unloaded}} g}{\rho A}} = \sqrt{\frac{(10,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)}} = 21.7 \text{ m/s}$$

$$\dot{V}_{\text{unloaded}} = AV_{2,\text{unloaded}} = (176.7 \text{ m}^2)(21.7 \text{ m/s}) = 3834 \text{ m}^3/\text{s} \cong \mathbf{3830 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$\dot{m}_{\text{unloaded}} = \rho \dot{V}_{\text{unloaded}} = (1.18 \text{ kg/m}^3)(3834 \text{ m}^3/\text{s}) = 4524 \text{ kg/s}$$



Burada $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$, $V_1 \cong 0$, yükseklik etkileri ihmal edilir, ve sürtünme etkileri ihmal edilir, seçilen control hacmi için enerji denklemi,

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{\text{pump,u}} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{\text{turbine}} + \dot{E}_{\text{mech,loss}} \quad \rightarrow \quad \dot{W}_{\text{fan,u}} = \dot{m} \frac{V_2^2}{2}$$

Yerlerine konursa,

$$\dot{W}_{\text{unloaded fan,u}} = \left(\dot{m} \frac{V_2^2}{2} \right)_{\text{unloaded}} = (4524 \text{ kg/s}) \frac{(21.7 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = 1065 \text{ kW} \cong \mathbf{1070 \text{ kW}}$$

(b) bu hesapları yüklü helicopter kanatları için tekrarlırsak, ki bunun kütlesi $10,000 + 15,000 = 25,000 \text{ kg}$:

$$V_{2,\text{loaded}} = \sqrt{\frac{m_{\text{loaded}} g}{\rho A}} = \sqrt{\frac{(25,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)}} = 34.3 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_{\text{loaded}} = \rho \dot{V}_{\text{loaded}} = \rho AV_{2,\text{loaded}} = (1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)(34.3 \text{ m/s}) = 7152 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{\text{loaded fan,u}} = \left(\dot{m} \frac{V_2^2}{2} \right)_{\text{loaded}} = (7152 \text{ kg/s}) \frac{(34.3 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = 4207 \text{ kW} \cong \mathbf{4210 \text{ kW}}$$

Burada ortalama akış hızı kanat dönme hızına orantılıdır, yüklenmiş helikopterin dönme hızı (RPM değeri);

$$V_2 = k\dot{n} \quad \rightarrow \quad \frac{V_{2,\text{loaded}}}{V_{2,\text{unloaded}}} = \frac{\dot{n}_{\text{loaded}}}{\dot{n}_{\text{unloaded}}} \quad \rightarrow \quad \dot{n}_{\text{loaded}} = \frac{V_{2,\text{loaded}}}{V_{2,\text{unloaded}}} \dot{n}_{\text{unloaded}} = \frac{34.3}{21.7} (400 \text{ rpm}) = \mathbf{632 \text{ rpm}}$$

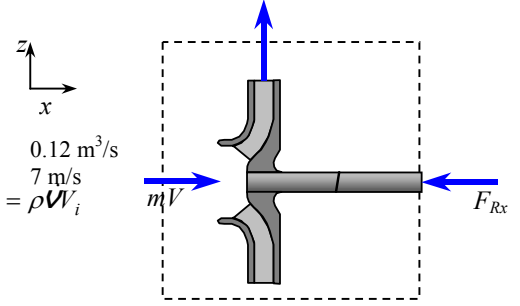
6-43

Suyun yoğunluğu, 1000 kg/m^3 .

Kabüller 1 akış daimi ve sıkıştırılmaz. 2 borulama sisteminde yatay yönde etkiyen kuvvetler ihmal edilir. 3 atmosferik basınç ihmal edilir çünkü tüm yönlerde etkir.

Pompayı control hacmi olarak alırız, ve akışın giriş yönünü positive x-ekseninin yönü. Daimi tek-boyutlu akış için x-yönündeki momentum denklemi;

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V} \rightarrow -F_{Rx} = -\dot{m} V_i \rightarrow F_{Rx} = \dot{m} V_i = \rho \mathcal{V} V_i$$



Tepki kuvveti akışa ters yönde etkir, ve x-yönündeki kuvvet ve hızlar için negative işareti unutmamalıyız. Değerleri yerlerine koyarsak,

$$F_{\text{brake}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.12 \text{ m}^3/\text{s})(7 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{840 \text{ N}}$$

Açısal Momentum Denklemi

6-47

Kabüller 1 akış daimi ve sıkıştırılmaz. 2 su atmosphere bırakılır, ve böylece çıkıştaki gösterge basıncı sıfırdır. 3 aşağı doğru düşey yönde boşalan suyun düşme etkileri ihmal edilir. 4 boru çıkış çapı küçük, moment koluna karşılınsınca, ve böylece çıkıştaki yarıçap ve hızın ortalama değerlerini kullanırız.

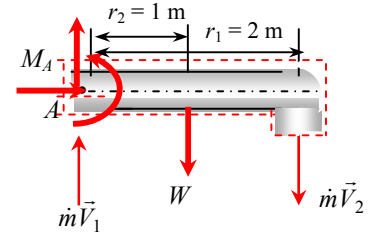
suyun yoğunluğu, 1000 kg/m^3 .

Tüm boruyu control hacmi olarak alırız, ve girişi 1 ve çıkışı 2 olarak alırız. X ve y koordinatları da şekildeki gibi alırız. Control hacmi ve referans koordinatları sabit. Daimi, bir giriş ve bir çıkış akış için kütle korunumu,

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$, ve $V_1 = V_2 = V$ çünkü $A_c = \text{sabit}$. Kütle debisi ve borunun yatay kısmının ağırlığı,

$$\dot{m} = \rho A_c V = (1000 \text{ kg/m}^3) [\pi (0.12 \text{ m})^2 / 4] (4 \text{ m/s}) = 45.24 \text{ kg/s}$$

$$W = mg = (15 \text{ kg/m})(2 \text{ m})(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 294.3 \text{ N/m}$$



- (a) **aşağı doğru boşalma:** A noktasındaki boruya etkiyen moment belirlemek için, bu nokta etrafında tüm kuvvet ve momentumların momentlerini alırız. Bu daimi ve uniform akış problem, ve tüm kuvvetler ve momentum akışları aynı düzlemedir.

Bu yüzden, açısal momentum denklemi, $\sum M = \sum_{\text{out}} r m V - \sum_{\text{in}} r m V$ burada r moment kolu, tüm momentler saat yönünün

tersinde positive dirler, ve saat yönünde negatiftirler.

Serbest cisim diyagramı figürde verilmiştir. A noktasından geçen tüm kuvvet ve momentumların momentleri sıfırdır. A noktasında moment verecek tek kuvvet, yatay boru kısmının ağırlığı, W , ve bir moment verecek tek momentum akışı dışarı doğru olan akımdır (bunların ikisinde negative çünkü her iki moment de saat yönündedir). A noktasındaki momentum denklemi,

$$M_A - r_1 W = -r_2 \dot{m} V_2$$

M_A için çözüp yerlerine konursa,

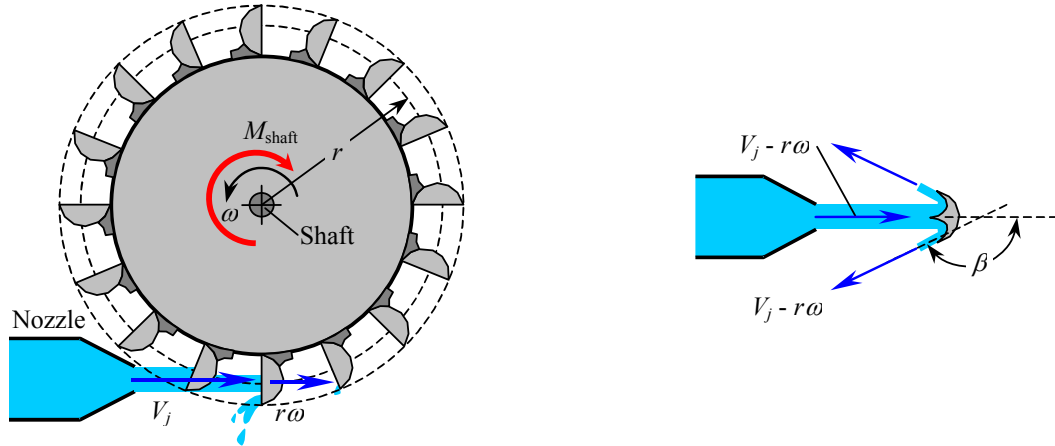
$$M_A = r_1 W - r_2 \dot{m} V_2 = (1 \text{ m})(294.3 \text{ N}) - (2 \text{ m})(45.54 \text{ kg/s})(4 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = -70.0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Negative işaret, M_A için kabul edilen yönün yanlış olduğunu gösterir, ve değiştirilmesi gerekir. Bu yüzden, 70 N·m lik moment boruya saat yönünde etkir.

(b) **yukarı doğru boşalma:** bu durumda, boşalan akıma bağlı moment positive, ve A noktasındaki boruda etkiyen moment,

$$M_A = r_1 W + r_2 \dot{m} V_2 = (1 \text{ m})(294.3 \text{ N}) + (2 \text{ m})(45.54 \text{ kg/s})(4 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 659 \text{ N} \cdot \text{m}$$

6-51



Kabuller 1 akış daimi ve uniform. 2 su atmosphere boşalıyor, ve lüle çıkışındaki gösterge basıncı sıfırdır. 3 sürtünme ve dönen elemanların hava sürtünmesiyle olan kayıplar ihmal edilir. 4 lüle çapı moment koluna göre küçüktür, ve böylece çıkıştaki ortalama hız ve yarıçapı kullanırız.

Suyun yoğunluğu, $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$.

Kepçelerin teğetsel hızına karşılık gelen açısal hız,

$\omega = 2\pi\dot{n}$ ve $V_{\text{bucket}} = r\omega$. Böylece jetin relative hızı (kepçeye relative),

$$V_r = V_j - V_{\text{bucket}} = V_j - r\omega$$

Pelton çarkını kapsayan imaginary diski control hacmi olarak alırız. Bu control hacmine olan giriş hızı, V_r , ve moment koluna normal çıkış hız bileşeni, $V_r \cos \beta$. Açısal momentum denklemi, $\sum M = \sum_{\text{out}} r \dot{m} V - \sum_{\text{in}} r \dot{m} V$

Burada tüm saat ters yönündeki momentler positive, ve tüm saat yönünde negative. Bu durumda, dönme eksenini etrafında açısal momentum denklemi,

$$-M_{\text{shaft}} = r \dot{m} V_r \cos \beta - r \dot{m} V_r \quad \text{yada} \quad M_{\text{shaft}} = r \dot{m} V_r (1 - \cos \beta) = r \dot{m} (V_j - r\omega)(1 - \cos \beta)$$

Burada $\dot{W}_{\text{shaft}} = 2\pi \dot{n} M_{\text{shaft}} = \omega M_{\text{shaft}}$ ve $\dot{m} = \rho \dot{V}$, bir Pelton türbininin çıkışındaki shaft beygir gücü,

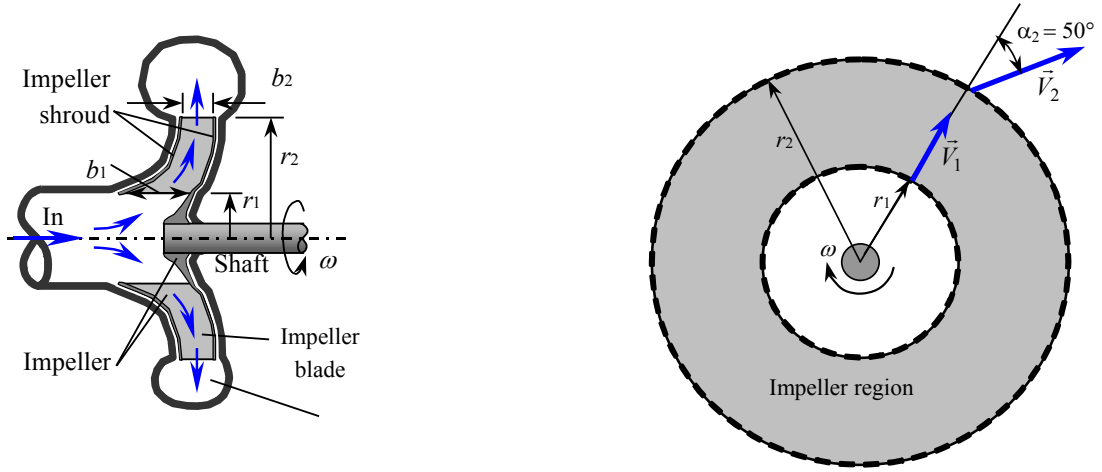
$$\dot{W}_{\text{shaft}} = \rho \dot{V} r \omega (V_j - r\omega)(1 - \cos \beta)$$

Bu istenen ilişkidir. Verilen değerlere için, shaft güç çıkışı,

$$\dot{W}_{\text{shaft}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m}^3/\text{s})(2 \text{ m})(15.71 \text{ rad/s})(50 - 2 \times 15.71 \text{ m/s})(1 - \cos 160^\circ) \left(\frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 11.3 \text{ MW}$$

Burada, $\omega = 2\pi\dot{n} = 2\pi(150 \text{ rev/min}) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 15.71 \text{ rad/s}$

6-54



Kabuller 1 akış ortalama olarak daimi. 2 tersinmez kayıplar ihmal edilir.

Havanın yoğunluğu, 1.25 kg/m^3 .

Çark bölgesini control hacmi olarak alırız. Giriş ve çıkıştaki normal hız bileşenleri,

$$V_{1,n} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_1 b_1} = \frac{0.70 \text{ m}^3/\text{s}}{2\pi(0.20 \text{ m})(0.082 \text{ m})} = 6.793 \text{ m/s}$$

$$V_{2,n} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_2 b_2} = \frac{0.70 \text{ m}^3/\text{s}}{2\pi(0.45 \text{ m})(0.056 \text{ m})} = 4.421 \text{ m/s}$$

Mutlak hızların bileşenleri:

$$\alpha_1 = 0^\circ: \quad V_{1,t} = V_{1,n} \tan \alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 60^\circ: \quad V_{2,t} = V_{2,n} \tan \alpha_1 = (4.421 \text{ m/s}) \tan 50^\circ = 5.269 \text{ m/s}$$

Pervanenin açısal hızı;

$$\omega = 2\pi\dot{m} = 2\pi(700 \text{ rev/min})\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 73.30 \text{ rad/s}$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1.25 \text{ kg/m}^3)(0.7 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.875 \text{ kg/s}$$

Normal hız bileşenleri, $V_{1,n}$ ve $V_{2,n}$ iç ve dış çevresel alanlara etkileyen basıncılar shaft merkezinden geçer, böylece torka katkı vermezler. Torka katkı veren tek hız bileşeni ve açısal momentum denkleminin uygulaması,

$$T_{\text{shaft}} = \dot{m}(r_2 V_{2,t} - r_1 V_{1,t}) = (0.875 \text{ kg/s})[(0.45 \text{ m})(5.269 \text{ m/s}) - 0] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}\right) = 2.075 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Bu durumda shaft gücü,

$$\dot{W} = \omega T_{\text{shaft}} = (73.30 \text{ rad/s})(2.075 \text{ N} \cdot \text{m}) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}}\right) = \mathbf{152 \text{ W}}$$