

BÖLÜM 5 – ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

Kütlenin Korunumu

5-12

Verilen bir yükseklikteki havanın yoğunluğu, 0.7 kg/m^3 .

Kütle debisi:

$$\dot{m}_{\text{air}} = \rho \dot{V}_{\text{air}} = (0.7 \text{ kg/m}^3)(0.34 \text{ m}^3/\text{min}) = 0.238 \text{ kg/min} = \mathbf{0.0040 \text{ kg/s}}$$

Eğer ortalama hız 110 m/min ise, fanın çapı;

$$\dot{V} = AV = \frac{\pi D^2}{4} V \rightarrow D = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4(0.34 \text{ m}^3/\text{min})}{\pi(110 \text{ m/min})}} = \mathbf{0.063 \text{ m}}$$



Bu sebeple, fanın çapı en az 6.3 cm olmalıdırki, ortalama hız 110 m/min geçmesin.

5-14

Bir binanın taze hava ihtiyacı saatte 0.35 hava değişimidir. Bina hacmi ve gerekli minimum hakim debisi,

$$V_{\text{room}} = (2.7 \text{ m})(200 \text{ m}^2) = 540 \text{ m}^3$$

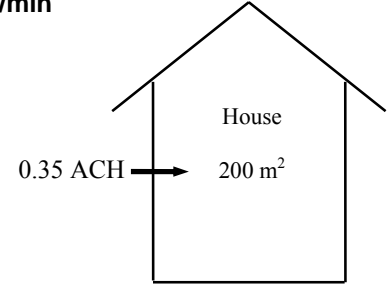
$$\dot{V} = V_{\text{room}} \times \text{ACH} = (540 \text{ m}^3)(0.35/\text{h}) = 189 \text{ m}^3/\text{h} = 189,000 \text{ L/h} = \mathbf{3150 \text{ L/min}}$$

Taze havanın hakim debisi,

$$\dot{V} = VA = V(\pi D^2 / 4)$$

D için çözülür ve yerine konursa,

$$D = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4(189 / 3600 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(6 \text{ m/s})}} = \mathbf{0.106 \text{ m}}$$



Bu yüzden, taze hava kanalının çapı en az 10.6 cm olmalı eğer havanın hızı 6 m/s geçmeyecekse.

Mekanik enerji ve verim

5-19

Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

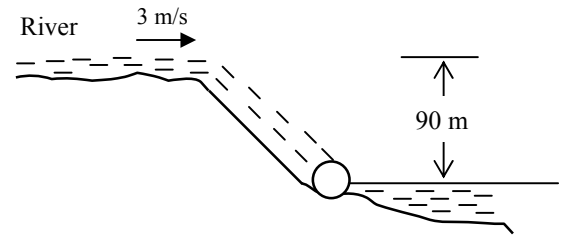
Birim kütle için mekanik enerji,

$$\begin{aligned} e_{\text{mech}} &= pe + ke = gh + \frac{V^2}{2} \\ &= \left((9.81 \text{ m/s}^2)(90 \text{ m}) + \frac{(3 \text{ m/s})^2}{2} \right) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) \\ &= \mathbf{0.887 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$

Nehirin güç üretim potansiyeli,

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 \text{ kg/m}^3)(500 \text{ m}^3/\text{s}) = 500,000 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{\text{max}} = \dot{E}_{\text{mech}} = \dot{m} e_{\text{mech}} = (500,000 \text{ kg/s})(0.887 \text{ kJ/kg}) = 444,000 \text{ kW} = \mathbf{444 \text{ MW}}$$



5-24

Suyun yoğunluğu, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

a) Gölün su yüzeyi 1 noktası ve tankın su yüzeyi 2 noktası olarak alalım. Göl yüzeyini referans alalım ($z_1 = 0$), ve böylece 1 ve 2 deki potansiyel enerjiler, $pe_1 = 0$ ve $pe_2 = gz_2$. Her iki noktadaki akış enerjisi sıfırdır çünkü atmosfere açık noktalar ($P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$). Ayrıca kinetik enerjiler her iki noktada sıfırdır ($ke_1 = ke_2 = 0$) çünkü su her iki noktada durgundur. 2 noktasındaki kütle debisi ve potansiyel enerji;

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.070 \text{ m}^3/\text{s}) = 70 \text{ kg/s}$$

$$pe_1 = gz_1 = (9.81 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) = 0.196 \text{ kJ/kg}$$

Suyun mekanik enerjisinde birim zamandaki artış,

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech,out}} - e_{\text{mech,in}}) = \dot{m}(pe_2 - 0) = \dot{m}pe_2 = (70 \text{ kg/s})(0.196 \text{ kJ/kg}) = 13.7 \text{ kW}$$

Pompa-motor grubunun toplam verimi,

$$\eta_{\text{pump-motor}} = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}}}{\dot{W}_{\text{elect,in}}} = \frac{13.7 \text{ kW}}{20.4 \text{ kW}} = 0.672 \text{ or } \mathbf{67.2\%}$$

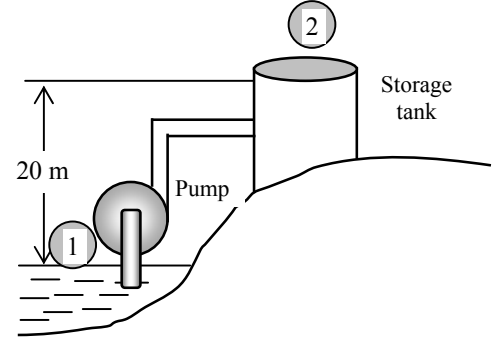
(b) Şimdi pompayı ele alalım. Yalnızca akış enerjisindeki değişim dikkate alınır. Bu değişim pompa tarafından sağlanan 13.7 kW lık yararlı mekanikal enerjiye eşittir:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech,out}} - e_{\text{mech,in}}) = \dot{m} \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \dot{V} \Delta P$$

ΔP için çözüp yerine konursa,

$$\Delta P = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}}}{\dot{V}} = \frac{13.7 \text{ kJ/s}}{0.070 \text{ m}^3/\text{s}} \left(\frac{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3}{1 \text{ kJ}} \right) = \mathbf{196 \text{ kPa}}$$

Bu yüzden, Suyun yüksekliğinin 20 m yükseltmek için, pompa suyun basıncını 196 kPa artırmalı.



Bernoulli Denklemi

5-40

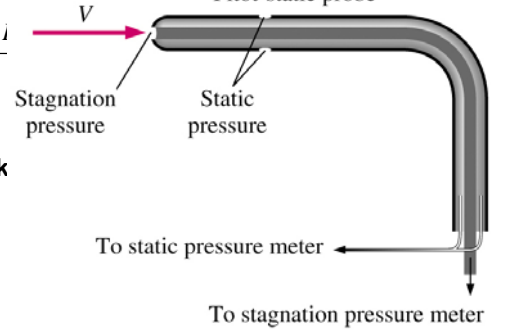
3000 m deki atmosferik yoğunluk, $\rho = 0.909 \text{ kg/m}^3$. Çıkışı akışa paralel olan tübün girişindeki noktayı 1, ve çıkışı akışa normal olan tübün girişindeki noktayı 2 olarak alalım. 2 noktası durma noktasıdır ve böylece $V_2 = 0$ ve $z_1 = z_2$. 1 ve 2 noktaları arasında Bernoulli denklemi,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} \rightarrow \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_{\text{stag}} - P_1}{\rho}$$

V_1 için çözüm ve yerine konursa,

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{\text{stag}} - P_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(3000 \text{ N/m}^2)}{0.909 \text{ kg/m}^3} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right)} = \mathbf{81.2 \text{ m/s} = 292 \text{ k}}$$

çünkü $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ and $1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$.



5-55

Suyun yoğunluğu, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Havanın gas sabiti, $R = 0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K}$. 1 ve 2 noktaları arasında Bernoulli denklemi uygulanırsa,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho_{\text{air}} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

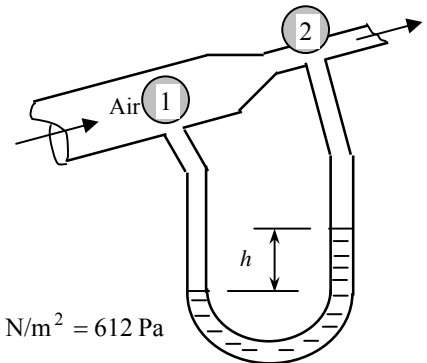
$$\text{burada } \rho_{\text{air}} = \frac{P}{RT} = \frac{110 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(50 + 273 \text{ K})} = 1.19 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.045 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.06 \text{ m})^2 / 4} = 15.9 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.045 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.04 \text{ m})^2 / 4} = 35.8 \text{ m/s}$$

Yerine konursa,

$$P_1 - P_2 = (1.19 \text{ kg/m}^3) \frac{(35.8 \text{ m/s})^2 - (15.9 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 612 \text{ N/m}^2 = 612 \text{ Pa}$$



Bu basınç değişimine karşılık gelen manometredeki suyun diferensiyel yüksekliği,
 $\Delta P = \rho_{water} gh$

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{water} g} = \frac{612 \text{ N/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) = 0.0624 \text{ m} = \mathbf{6.24 \text{ cm}}$$

NOT: basınç değişimindeki hava kolonunun etkisi ele alındığında, basınç değişimi,

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= \frac{\rho_{air}(V_2^2 - V_1^2)}{2} + \rho_{air} g(z_2 - z_1) \\ &= (1.19 \text{ kg/m}^3) \left[\frac{(35.8 \text{ m/s})^2 - (15.9 \text{ m/s})^2}{2} + (9.81 \text{ m/s}^2)(0.2 \text{ m}) \right] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= (612 + 2) \text{ N/m}^2 = 614 \text{ N/m}^2 = 614 \text{ Pa} \end{aligned}$$

İki sonuç arasındaki fark %1 den azdır. Bu yüzden, basınç kolonundaki hava kolonunun etkisi gerçekten ihmal edilir.

Enerji Denklemi 5-69

Akış daimi ve sıkıştırılmaz. Pompanın giriş ve çıkışındaki yükseklik farkı ihmal edilir. Borulardaki sürtünme etkileri ihmal edilir çünkü maximum akış debisi belirlenecek. $\dot{E}_{mech, loss, piping} = 0$. **4. Kinetik enerji** faktörünün etkisi ihmal edilir ve $\alpha = 1$. Suyun yoğunluğu, $1 \text{ kg/L} = 1000 \text{ kg/m}^3$.

(a) pompa ve motor 3 kW lık güç alır ve 70% verime sahip. Akışkana gönderilen yararlı mekanikal shaft güç,

$$\dot{W}_{pump, u} = \eta_{pump-motor} \dot{W}_{electric} = (0.70)(3 \text{ kW}) = 2.1 \text{ kW}$$

1 noktası referans düzey alınır, ($z_1 = 0$), ve 2 noktası havuzun yüzeyi alınır. Ayrıca, 1 ve 2 noktaları atmosphere açıktır, ($P_1 = P_2 = P_{atm}$), bu noktalardaki hızlar ihmal edilir ($V_1 \cong V_2 \cong 0$), ve borulardaki sürtünme kayıpları ihmal edilir. Bu durumda iki nokta arasındaki control hacmi için enerji denklemi,

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pump} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mech, loss}$$

Türbün olmadığı durumda, $\dot{E}_{mech, loss} = \dot{E}_{mech, loss, pump} + \dot{E}_{mech, loss, piping}$ ve

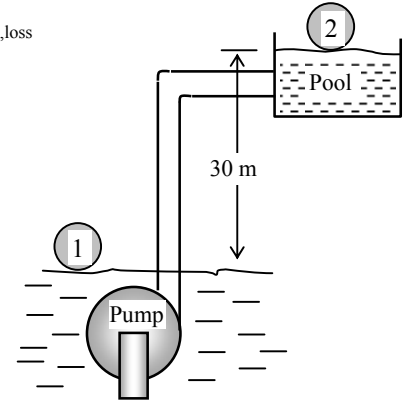
$$\dot{W}_{pump, u} = \dot{W}_{pump} - \dot{E}_{mech, loss, pump}$$

böylece, $\dot{W}_{pump, u} = \dot{m}gz_2$.

Suyun kütle ve hakim debileri,

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_{pump, u}}{gz_2} = \frac{2.1 \text{ kJ/s}}{(9.81 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m})} \left(\frac{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ kJ}} \right) = 7.14 \text{ kg/s}$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{7.14 \text{ kg/s}}{1000 \text{ kg/m}^3} = \mathbf{7.14 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}$$



(b) 3 ve 4 noktalarını pompanın giriş ve çıkışı olarak alırız, ve buralardaki hızlar,

$$V_3 = \frac{\dot{V}}{A_3} = \frac{\dot{V}}{\pi D_3^2 / 4} = \frac{7.14 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.07 \text{ m})^2 / 4} = 1.86 \text{ m/s}, \quad V_4 = \frac{\dot{V}}{A_4} = \frac{\dot{V}}{\pi D_4^2 / 4} = \frac{7.14 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.05 \text{ m})^2 / 4} = 3.64 \text{ m/s}$$

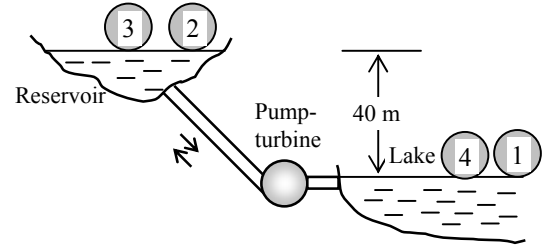
Pompanyı control hacmi olarak alırız. Burada $z_3 = z_4$, ve enerji denklemi bu control hacmi için,

$$\dot{m} \left(\frac{P_3}{\rho} + \alpha_3 \frac{V_3^2}{2} + gz_3 \right) + \dot{W}_{pump} = \dot{m} \left(\frac{P_4}{\rho} + \alpha_4 \frac{V_4^2}{2} + gz_4 \right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mech, loss, pump} \rightarrow P_4 - P_3 = \frac{\rho \alpha (V_3^2 - V_4^2)}{2} + \frac{\dot{W}_{pump, u}}{\dot{V}}$$

Yerine konursa,

$$\begin{aligned} P_4 - P_3 &= \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(1.0) \left[(1.86 \text{ m/s})^2 - (3.64 \text{ m/s})^2 \right]}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) + \frac{2.1 \text{ kJ/s}}{7.14 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}} \left(\frac{1 \text{ kN} \cdot \text{m}}{1 \text{ kJ}} \right) \\ &= (-4.9 + 294.1) \text{ kN/m}^2 = 289.2 \text{ kPa} \cong \mathbf{289 \text{ kPa}} \end{aligned}$$

5-80 Kabüller 1 her yöndeki akış daimi ve sıkıştırılmaz. 2 göl ve su haznesi arasındaki yükseklik farkı ihmal edilir. 3 verilen birim fiyatlar sabit kalır. 4 sistem yılın her günü 10 her bir modda çalışır. Suyun yoğunluğu, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.



1 ve 2 noktalarını göl ve su haznesi yüzeyi ve 1 noktasını referans olarak alalım. Her iki noktada atmosphere açık ($P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$) ve bu noktalarda hızlar ihmal ($V_1 = V_2 = 0$). Bu iki nokta arasında enerji denklemi,

$$\text{Pompa modu: } \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump,u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine,e}} + h_L \rightarrow$$

$$h_{\text{pump,u}} = z_2 + h_L = 40 + 4 = 44 \text{ m}$$

$$\text{Turbine modu: (1 ve 2 noktasını değiştir ve böylece 1 girişi tarafı)} \rightarrow h_{\text{turbine,e}} = z_1 - h_L = 40 - 4 = 36 \text{ m}$$

Bu yüklere karşılık gelen pompa ve turbine gücü,

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{pump,elect}} &= \frac{\dot{W}_{\text{pump,u}}}{\eta_{\text{pump-motor}}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pump,u}}}{\eta_{\text{pump-motor}}} \\ &= \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(44 \text{ m})}{0.75} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 1151 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{turbine}} &= \eta_{\text{turbine-gen}} \dot{m} g h_{\text{turbine,e}} = \eta_{\text{turbine-gen}} \rho \dot{V} g h_{\text{turbine,e}} \\ &= 0.75(1000 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(36 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 530 \text{ kW} \end{aligned}$$

Bu durumda pompanın güç masrafı, turbine tarafından elde edilen kazanç, ve yıllık net gelir,

$$\text{Cost} = \dot{W}_{\text{pump,elect}} \Delta t \times \text{Unit price} = (1151 \text{ kW})(365 \times 10 \text{ h/year})(\$0.03/\text{kWh}) = \$126,035/\text{year}$$

$$\text{Revenue} = \dot{W}_{\text{turbine}} \Delta t \times \text{Unit price} = (530 \text{ kW})(365 \times 10 \text{ h/year})(\$0.08/\text{kWh}) = \$154,760/\text{year}$$

$$\text{Net income} = \text{Revenue} - \text{Cost} = 154,760 - 126,035 = \mathbf{\$28,725/\text{year} \approx \$28,700/\text{year}}$$

NOT pompa-turbine sisteminin sağlayacağı yıllık gelir yaklaşık \$29,000 dır. Böyle bir sistemin yapımı için verilecek karar sistemin başlangıç masrafları, hayatı, çalıştırma ve bakım masrafları, faiz miktarı, kontrakt uzunluğu ve diğerlerine bağlı olacaktır.

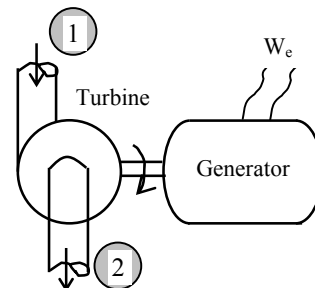
5-84 Kabüller 1 Akış daimi ve sıkıştırılmazdır. 2 türbindeki tüm kayıplar verimle ifade dilmıştır, ve böylece $h_L = 0$. 3 türbindeki yükseklik farkı ihmal edilir. 4 kinetik enerji faktörünün etkisi ihmal edilir, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 1$. Suyun yoğunluğunu 1000 kg/m^3 ve cıvanın $13,560 \text{ kg/m}^3$ olarak alırız.

1 ve 2 noktalarını türbinin girişi ve çıkışı olarak alırız. Enerji denklemi türbin için yükler cinsinden yazarak,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump,u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine,e}} + h_L \rightarrow h_{\text{turbine,e}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{\text{water}} g} + \frac{\alpha(V_1^2 - V_2^2)}{2g} \quad (1)$$

burada

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.6 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.30 \text{ m})^2 / 4} = 8.49 \text{ m/s}$$



$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.6 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.25 \text{ m})^2 / 4} = 12.2 \text{ m/s}$$

Cıva manometresindeki 1.2 m lik bir diferensiyel yüksekliğe karşılık gelen basınç düşümü,

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= (\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{water}})gh \\ &= [(13,560 - 1000) \text{ kg/m}^3](9.81 \text{ m/s}^2)(1.2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 148 \text{ kN/m}^2 = 148 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Denklem (1) de yerine konursa, türbin yükü,

$$h_{\text{turbine, e}} = \frac{148 \text{ kN/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kN}} \right) + (1.0) \frac{(8.49 \text{ m/s})^2 - (12.2 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 15.1 - 3.9 = 11.2 \text{ m}$$

Bu hidroelektrik türbinin net elektrik güç çıktısı,

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{turbine}} &= \eta_{\text{turbine-gen}} \dot{m}gh_{\text{turbine, e}} = \eta_{\text{turbine-gen}} \rho \dot{V}gh_{\text{turbine, e}} \\ &= 0.83(1000 \text{ kg/m}^3)(0.6 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(11.2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{55 \text{ kW}} \end{aligned}$$