

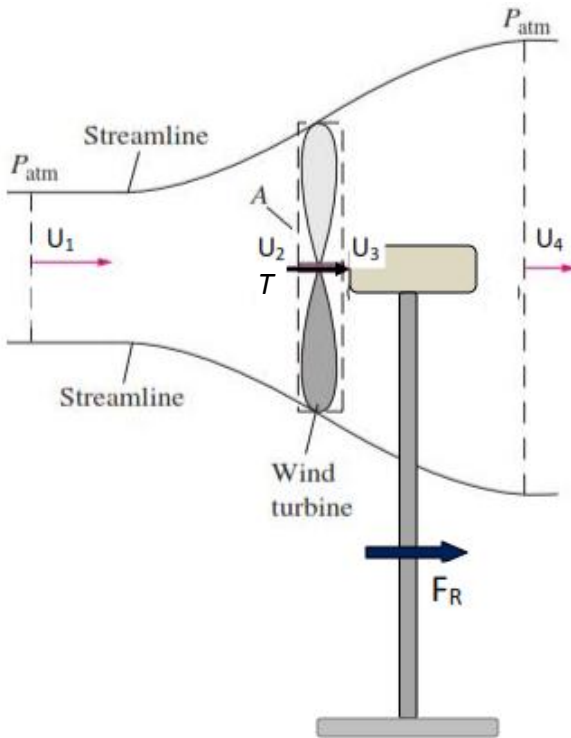
BİR BOYUTLU MOMENTUM TEORİSİ VE BETZ LİMİTİ

Hazırlayan: Doç. Dr. Kasım Biber, Bartın Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü

Rüzgar türbini performansını belirlemek için basit bir akış modeli kullanılır. Bu model, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, sırasıyla, 1, 2, 3 ve 4 noktalarında dairesel kesit alanı olan, akım çizgileriyle sınırlı, içinden hava akımı geçen, hayali bir akım tüpünden ibarettir. Bu model kullanılırken akış için yapılan kabuller şunlardır:

- Homojen, daimi ve sıkıştırılmaz akış
- Sürüklenme kuvveti ihmal ediliyor
- Sonsuz sayıda kanatçık ya da pala var
- Rotor alanı üzerinde uniform itki kuvveti etkiliyor
- Rotor izinin dönemsiz olduğu, ya da "non-rotating wake"
- Rotor ön-uzak tarafındaki statik basıncının, arka-uzak tarafındaki statik basınca eşit olduğu

Şekildeki akım tüpünü bir kontrol hacmi olarak ele alalım. Bu hacmin girişindeki (1) noktası ve çıkışındaki (4) noktası arasında, doğrusal momentum denklemini uygulayalım. Böylece elde edilecek itki kuvveti (T), aynı zamanda akış yönünde, türbin direğine etkiyen F_R kuvvetidir.



Akım tüpü içindeki akış için kütleli debi

$$m_1^* = m_4^* = m^* = \rho A U = \text{sabit}$$

Momentum akışı düzeltme faktörü, $\beta_1 = \beta_4 = 1.0$ olsun

Böylece, momentum denklemini;

$$T = m^* (U_4 - U_1), \text{ şeklinde yazılır.}$$

Rüzgar türbin rotorunun ön ve arka tarafında iş yapılmıyor. Dolayısıyla, bu iki kısım için ayrı ayrı Bernoulli denklemi uygulanabilir.

1 ile 2 noktaları arasında, Bernoulli denklemi:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho U_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho U_2^2$$

3 ile 4 noktaları arasında, Bernoulli denklemi;

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho U_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho U_4^2$$

Basınçlar için $p_1 = p_4 = p_{atm}$ ve hızlar için $U_3 = U_4$ kabullerini yapıp, yukarıdaki Bernoulli denklemlerini birbirinden çıkarırsak;

$$p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (U_4^2 - U_1^2), \text{ denklemi elde edilir.}$$

Rotor diski üzerine üniform olarak etkiyen itki kuvveti, $T = A_2 (p_2 - p_3)$ dir. Basınç farkı yerine yukarıdaki karşılığı yazılırsa; itki kuvveti, $T = A_2 (p_2 - p_3) = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_4^2 - U_1^2)$ elde edilir. Burada bulunan itki kuvvetini, momentum

denkleminde elde edilen itki kuvvetine eşitleyelim, $\frac{1}{2} \rho A_2 (U_4^2 - U_1^2) = m^* (U_4 - U_1) = \rho A_2 U_2 (U_4 - U_1)$

$U_4^2 - U_1^2 = (U_4 + U_1)(U_4 - U_1)$, olduğu hatırlanıp, sadeleştirme yapılırsa; $\frac{1}{2} (U_1 + U_4) = U_2$ bulunur.

Böylece, ideal bir rüzgar türbininden geçen havanın ortalama hızının uzaktaki ileri akım hızı ile uzaktaki geri akım hızlarının aritmetik ortalaması ile ifade edileceği sonucu ortaya çıkar.

Kolaylık olması için, uzaktaki ileri akım hızının türbin diskindeki azalmasını oransal olarak ifade eden yeni bir değişken

a' 'yı tanımlayalım. Eksenel hızdaki azalma faktörü, $a = \frac{U_1 - U_2}{U_2}$

Böylece, türbinden geçen rüzgarın hızı, $U_2 = U_1(1 - a)$

Türbin diskinin geri tarafının uzağındaki hız ise; $U_4 = U_1(1 - 2a)$

Eksenel hızdaki azalma faktörü, a arttıkça, rotor arkasındaki hız gittikçe azalır.

Eğer $a = \frac{1}{2}$ olursa, $U_4 = 0$ olur ve bu durumda yukarıdaki momentum teorisi uygulanamaz.

Sürtünme gibi tersinmez kayıpların olmadığı ideal bir rüzgar türbini için, türbin tarafından üretilen güç (P) basit olarak türbine giren ve çıkan kinetik enerjilerin farkıdır. Bu miktar şöyle bulunur:

$$P = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_4^2 - U_1^2) U_2 = \frac{1}{2} \rho A_2 U_2 (U_4 + U_1) (U_4 - U_1)$$

Bu ifadede, yukarıda görülen U_2 ve U_4 yerlerine konursa;

$$P = \frac{1}{2} \rho A U^3 4a(1 - a)^2, \text{ bu denklemden } A_2 = A \text{ ve } U_2 = U$$

Güç katsayısı, $C_p = \frac{\text{Rotor}_{\text{ gücü}}}{\text{Rüzgardaki}_{\text{ güç}}} = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U^3 A}$

Güç katsayısı, rüzgardaki gücün rotor tarafından alınan kısmını ifade eder. Yukarıdaki ifadede, güç P yerine konup, sadeleştirme yapılırsa, $C_p = 4a(1 - a)^2$, elde edilir.

Maximum C_p için, a' 'ya göre alınan türev sıfıra eşitlenir. Yani, $\frac{dC_p}{da} = 0$

$$4a(1 - 2a + a^2) = 0, \text{ denklemin köklerinden biri, } a = \frac{1}{3} \text{ dür.}$$

$$C_{pMAX} = 4 \cdot \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{16}{27} = 0.5926 \text{ olarak bulunur.}$$

$$\text{Ayrıca, } a = \frac{1}{3} \text{ için } U_2 = U_1(1 - a) = \frac{2}{3} U_1$$

Bu demektir ki, ideal rotor için rüzgar hızı rotorda 2/3 kadar azalır, rotor maximum güçte çalışır.

$$\text{Eksenel itki kuvvet, } T = \frac{1}{2} \rho A U^2 [4a(1 - a)]$$

$$\text{İdeal rüzgar türbini için, itki kuvvetinin katsayısı; } C_T = \frac{\text{İtki}_{\text{ Kuvveti}}}{\text{Dinamik}_{\text{ Kuvvet}}} = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho A U^2} = 4a(1 - a)$$

$$a = 0.5 \text{ için } C_T = 1.0 \text{ maximum itki}$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ için } C_T = \frac{8}{9} \text{ maximum güç}$$

Burada tanımlanan ideal model, $a > 0.5$ olunca geçersizdir.

$$\text{Teorik olarak mümkün olan maximum güç katsayısı, BETZ SINIRI, } C_{pMAX} = \frac{16}{27}$$

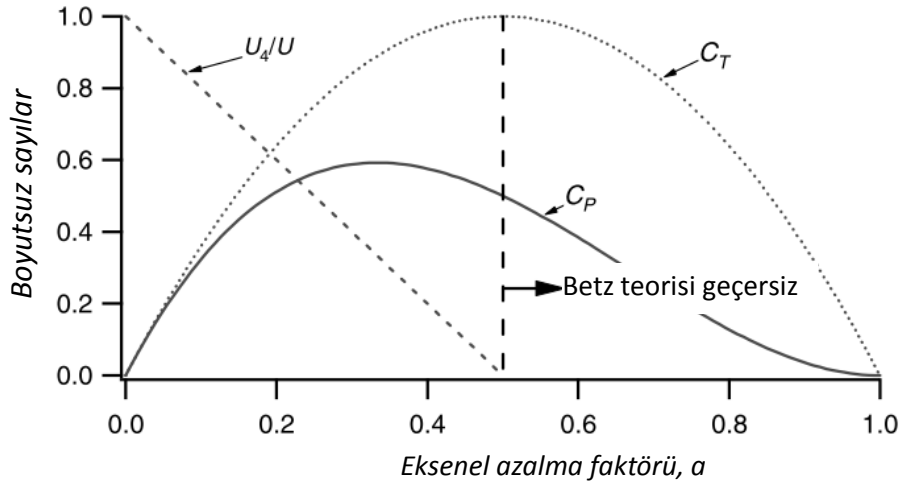
Gerçekte:

- Rotor arkasındaki akışın dönmeli oluşu
- kanatçıkların sonlu oluşu ve uçlarındaki kayıplar
- aerodinamik sürüklenme kuvvetinin sıfır olmayışı sebeplerinden dolayı maximum güçte düşmeler olur.

Betz sınırı ile çalışan ideal bir rüzgar türbinin çalışma parametreleri; grafiksel olarak aşağıdaki şekilde görülmektedir.

U : türbin etkisinde olmayan ilerdeki havanın hızı, U_4 : rotor arkasında uzaktaki havanın hızı

C_p : güç katsayısı, C_T : itki kuvveti katsayısı

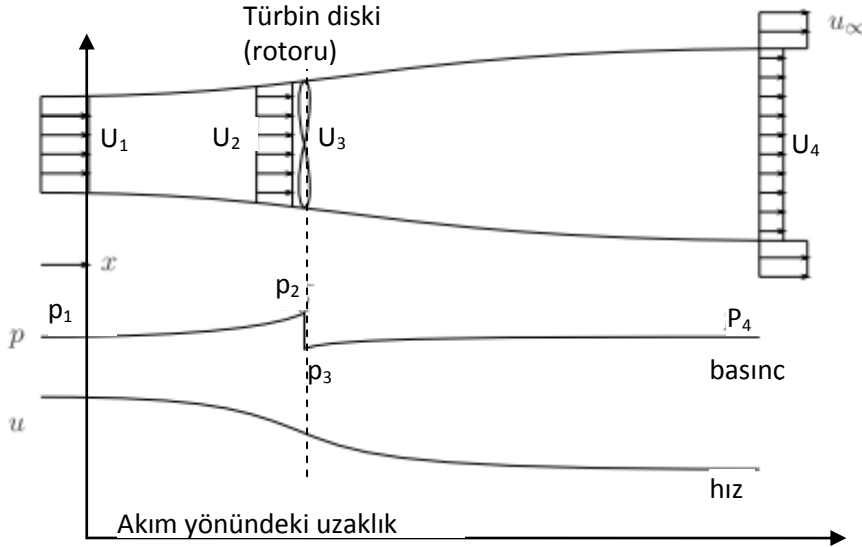


Rüzgar türbininin toplam verimi; türbinden elde edilen (çıkan) gücün, rüzgardaki mevcut güce oranıdır.

$$\eta_{toplam} = \frac{P_{çikan}}{\frac{1}{2} \rho A U^3} = \eta_{mekanik} C_p$$

Böylece, türbinden çıkan güç: $P_{çika} = \frac{1}{2} \rho A U^3 (\eta_{mekanik} C_p)$

İDEAL BİR RÜZGAR TÜRBİNİ AKIM TÜPÜNDE, HIZ VE BASINÇ DEĞİŞİMLERİ



$$U_2 = U_3 = \frac{2}{3} U_1$$

$$U_4 = \frac{1}{3} U_1$$

$$A_2 = A_3 = \frac{3}{2} A_1$$

$$A_4 = 3A_1$$

İDEAL GÜÇ: $P_{IDEAL} = P_1 - P_4 = \frac{1}{2} \rho (A_1 U_1^3 - A_4 U_4^3) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{8}{9} A_1 U_1^3 \right)$, $A_1 = \frac{2}{3} A_2$ yerine konursa,

$P_{BETZ} = P_{IDEAL} = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{16}{27} A_2 U_1^3 \right)$ elde edilir. Burada, $C_{P_{MAX}} = C_{P_{BETZ}} = \frac{16}{27} = 0.592$, Betz katsayısı

Dolayısıyla, $P_{IDEAL} = C_{P_{MAX}} \frac{1}{2} \rho A_2 U_1^3$

ROTOR VERİMİ; $\eta_{ROTOR} = \frac{P_{ROTOR}}{P_{MAX}}$, P_{ROTOR} ; rotor milindeki güç

$\eta_{ROTOR} = \eta_{WAKE} \cdot \eta_{TIP} \cdot \eta_{PROFILE}$

Toplam verim: $\eta_{Toplam} = \eta_{ROTOR} \eta_{GEAR_BOX} \eta_{GENERATOR} \eta_{CONVERTER}$

KAYNAKLAR:

- 1) J. F. Manwell and J. G. McGowan and A. L. Rogers, "WIND ENERGY EXPLAINED-Theory, Design and Application, Second Edition, John Wiley, 2009.
- 2) Y. Çengel and J Cimbala, "Akışkanlar Mekaniği," Bölüm 14, Güven Bilimsel 2008.