TRANSFER FONKSİYONLARI

Başlangıç koşulları sıfır kabul edilerek, bir sistemin çıkış (cevap) fonksiyunu ile giriş fonksiyonu (refarans) arasındaki Laplas transformasyonları oranına transfer fonksiyonu denir.
Transfer fonksiyonu sistemin dinamik karakteristiklerini tanımlar. Sistem özelliğidir. Sistemin fiziksel yapısı hakkında bilgi vermez, farklı fiziksel sistemlerin transfer fonksiyonları aynı olabilir.

G(s) : sistem elamanının transfer fonksiyonu
R(s) : giriş
C(s): çıkış

$$R(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow C(s)$$

Transfer fonksiyonu, $G(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$

Çıkış ya da cevap, $C(s) = R(s).G(s)$

Standart transfer fonksiyon tipleri

1. Kazanç (orantı) tipi; $G(s) = K$, temel parametre kazanç, K=sabit
2. Integral tipi, $G(s) = \dfrac{1}{T_i s}$, temel parametresi integral zaman sabiti, T_i
3. Zaman Sabiti tipi, $G(s) = \dfrac{1}{Ts+1}$, temel parametresi zaman sabiti, T
4. Titreşim tipi; $G(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
   temel parametreleri: sönüm oranı ξ ve doğal frekans, ω_n (rad/s)

Dinamik davranışlar:
Birim basamak giriş için standart transfer fonksiyonlarının dinamik davranışlarını inceleyelim

1. **Kazanç (orantı) tipi**:

   $C(s) = R(s)G(s)$, $G(s) = K$ ve $R(s) = \dfrac{1}{s}$

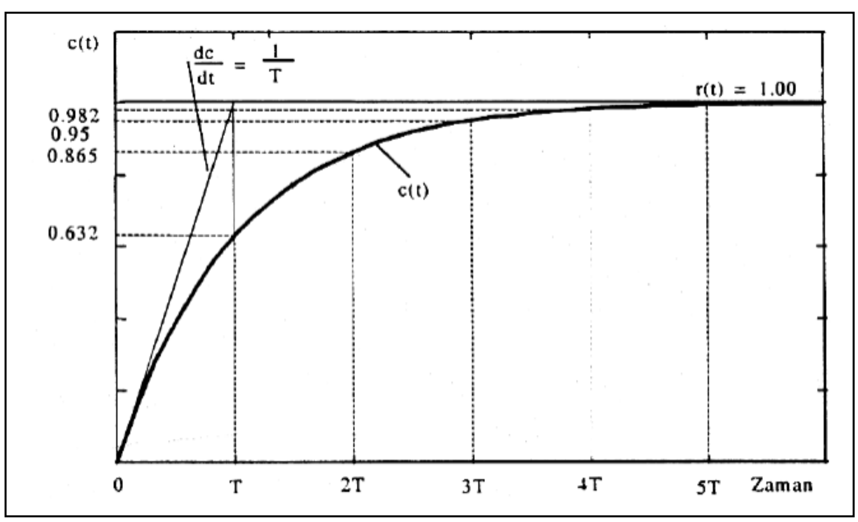
   $c(t) = K$

   Kazanç tipi gecikmesi olmayan ideal bir durumdur. Gerçekte hiçbir sistem, kendisine uygulanan bir uyarıya gecikmesiz cevap vermez.

2. **Integral tipi:**

   $C(s) = R(S)G(s) = \dfrac{1}{s}\dfrac{1}{T_i s}$

   $c(t) = \dfrac{1}{T_i} t$ rampa cevap bulunur.



3. **Zaman sabiti tipi:**
   Diferansiyel denklemi birinci dereceden olan bir sistemi temsil eder.

   $C(s) = R(s)G(s) = \dfrac{1}{s}\dfrac{1}{Ts+1}$

   $c(t) = 1 - e^{-t/T}$

   Cevap fonksiyonunun, c(t) zamana bağlı olarak değişimi grafiksel olarak ifade edilebilir.
   Birim basamak giriş için, nihai cevap 1.0 olur. t=T olduğunda, c(t) nihai değerinin %63.2 değerine ulaşır. Uygulamada, zaman sabitinin 4 katı bir zaman sonra yada c(t) nihai değerinin %98 ine ulaştığında, cevap eğrisi nihai değerine ulaşmış sayılır.

4. Titreşim tipi:

Diferansiyel denklemi ikinci dereceden olan bir sistemi temsil eder. Titreşimli ya da salınımlı bir cevap eğrisine sahiptir.

$$C(s) = R8s)G(s) = \frac{1}{s}\frac{\omega_n^{\ 2}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^{\ 2}}$$

Bu ifadenin ters Laplace dönüşümü, $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^{\ 2}$ özyapısal denkleminin köklerine bağlıdır. Bu kökler; $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$ şeklinde karmaşık ve eşleniktir. Sönüm oranı, ξ nin alacağı değere göre sistemin dinamik davranışı incelenir.

a) $0 < \xi < 1$ ise, $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

Kökler karmaşık eşlenik olup, sanal düzlemin sol tarafında yer alırlar.
Titreşimli ya da az sönümlü dinamik davranış gösterirler.
Buna göre sistemin ters Laplace dönüşümünden zaman alanı cevabı;

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t + a\tan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

b) ξ=1 ise, $s_1 = s_2 = -\xi\omega_n$

Kökler gerçek ve birbirine eşittir.
Kritik sönümlü dinamik davranış gösterirler.
Zaman alanı cevabı;

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t)$$

c) ξ >1 ise, $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$

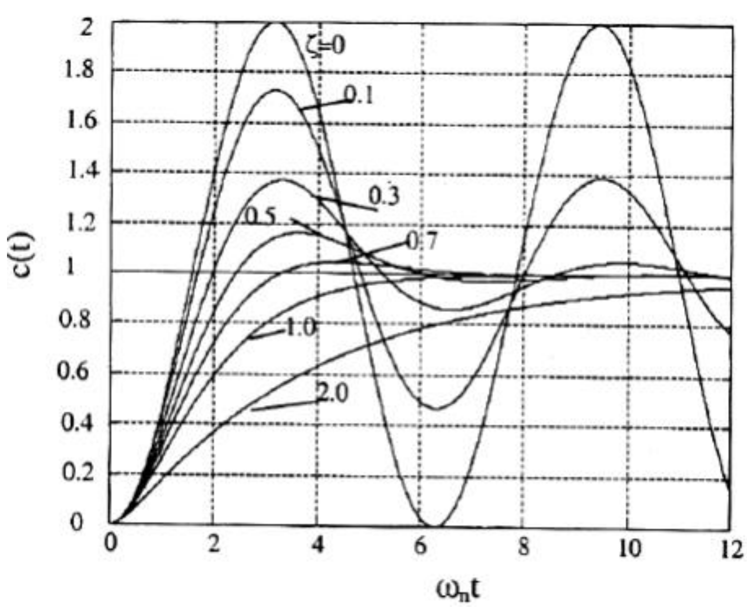
Köklerin her ikisi de negatif olacaktır. Burada daima, $\xi\omega \ > \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$
Titreşimsiz ve aşırı sönümlü dinamik davranış gösterirler.
Zaman alan cevabı;

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\xi^2 - 1}}\left(\frac{e^{-p_1 t}}{p_1} - \frac{e^{-p_2 t}}{p_2}\right)$$

$$p_1 = \omega_n\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \quad \text{ve} \quad p_2 = \omega_n\left(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$$

İkinci dereceden bir sistemin basamak giriş için cevap eğrileri, değişik ξ değerleri için grafiksel olarak verilmiştir.

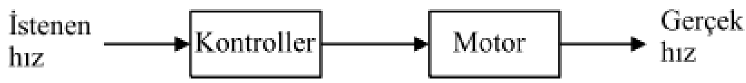
ξ = 0.5 ile 0.8 için olan cevap eğrileri, ξ=1 için olandan daha hızlı nihai değerine ulaştığı görülmektedir.



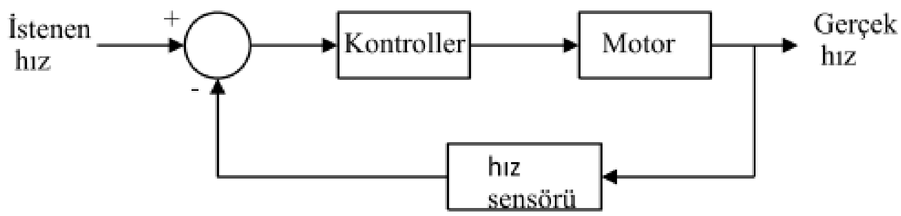
BLOK DİYAGRAMLARI

Kontrol sistemleri; açık ve kapalı döngü sistemler olarak ikiye ayrılırlar.

Açık-döngü sistem aynı zamanda geri-dönüşü olmayan sistem olarak adlandırılır. Bu iki sistemden basitidir. Basit bir örnek olarak, bir otomobilin hız kontrolü gösterilir. Rüzgar hızı ya da yokuş ve iniş koşullarından dolayı, otomobilin gerçek hızı, istenen hızdan farklı olabilir.



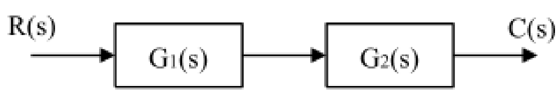
Kapalı-döngü sistem aynı zamanda geri-beslemeli sistem olarak adlandırılır. Bu sistemde gerçek hızın istenen hıza otomatik olarak yakınlaştırmak için bir mekanizması vardır.



Blok diyagramları, basit ve uygulanış biçimiyle, kontrol mühendisleri tarafından çok çeşitli sistemleri tanımlamak için kullanılır. Bir blok diyagram bir sistem içindeki sinyal akışını ve birleşimini gösterir. Aynı zamanda, transfer fonksiyonu ile birlikte sistemdeki neden ve etki ilişkisini gösterir

Blok diyagramları basitleştirmek için kullanılan üç çeşit kural aşağıda verilmiştir.

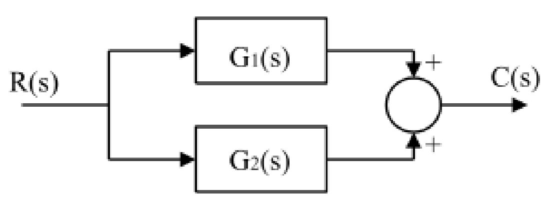
Seri bağlı -



$$C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s)G_2(s)$$

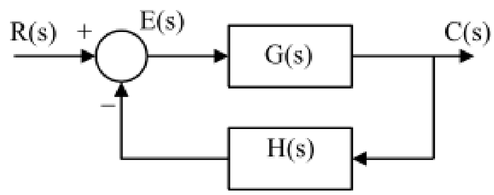
Paralel bağlı -



$$C(s) = [G_1(s) + G_2(s)]R(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$

Kapalı döngü ya da geri beslemeli -

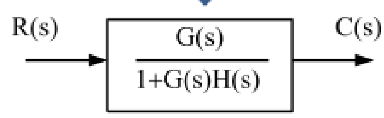


$$C(s) = G(s)E(s)$$

$$E(s) = R(s) - H(s)C(s) \qquad \text{(hata)}$$

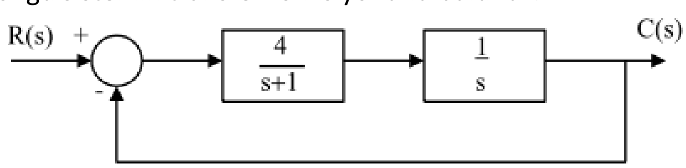
$$C(s) = G(s)[R(s) - H(s)C(s)]$$

$$C(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

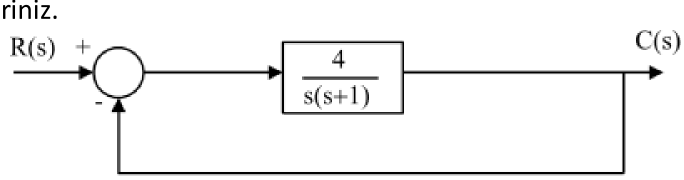


$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

<u>Örnek:</u> Aşağıdaki kapalı döngü sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.



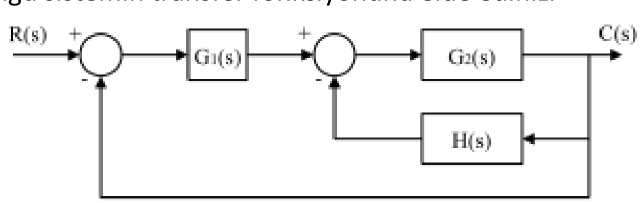
İki- seri bağlı bloku, birleştiriniz.



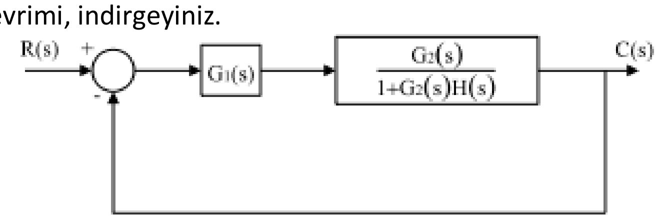
Sitemin transfer fonksiyonu:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{4}{s(s+1)}}{1 + \dfrac{4}{s(s+1)}.1} = \frac{4}{s^2 + s + 4}$$

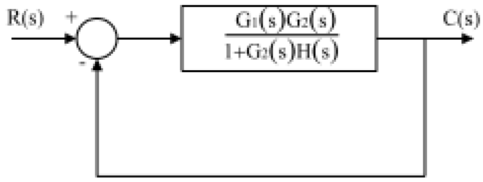
<u>Örnek</u>: Aşağıdaki kapalı döngü sistemin transfer fonksiyonunu elde ediniz.



İç kısımdaki kapalı döngü çevrimi, indirgeyiniz.



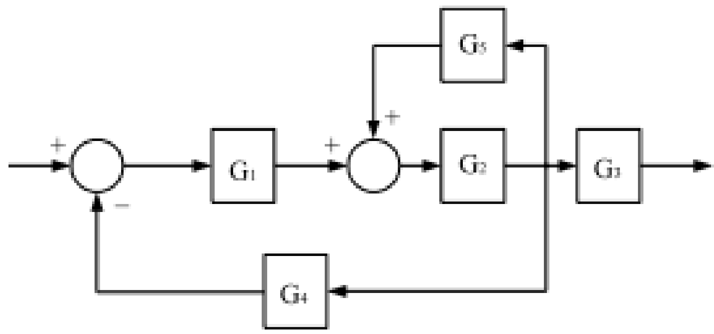
Seri bağlı blokları indirgeyiniz.



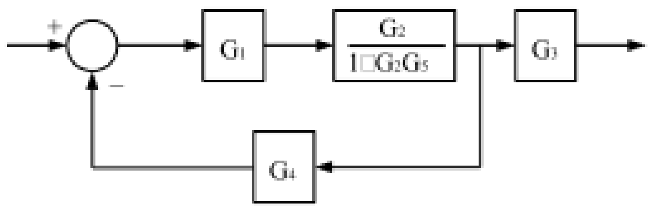
Kapalı döngü çevrimi indirgeyiniz.

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_2(s)H(s)}}{1+\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_2(s)H(s)}}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_2(s)H(s)+G_1(s)G_2(s)}$$

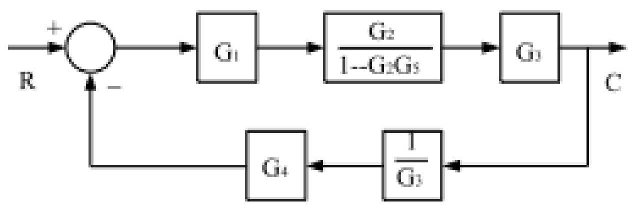
__Örnek__: Aşağıdaki kapalı döngü sistemin transfer fonksiyonunu elde ediniz.



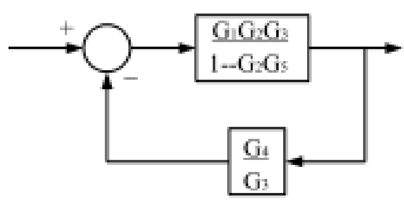
G2 blokunun olduğu kapalı döngüyü, indirgeyiniz.



Ayrılma noktasını, G3 bloku arkasına taşıyınız.



Ardışık blokları, birleştiriniz.



Sistemin transfer fonksiyonu:

$$\frac{C}{R}=\frac{\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_2G_5}}{1+\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_2G_5}\cdot\dfrac{G_4}{G_3}}=\frac{G_1G_2G_3}{1-G_2G_5+G_1G_2G_4}$$

Hazırlayan: Doç. Dr. Kasım Biber, Bartın Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü
Kaynak: Prof. Dr. İbrahim Yüksel, Otomatik Kontrol ders kitabı, Nobel yayınevi 2011.